Introduction

Physique 1 : Mécanique

Dr. Benoît CHABAUD

Objectifs pédagogiques du cours

- Acquérir les bases de la Mécanique du point matériel.
- Maîtriser les concepts de :
  - Système, repère
  - Position, vitesse, accélération
  - Trajectoire
  - Forces conservatives et non conservatives
  - Énergie et puissance
  - Mouvement harmonique
- Comprendre et utiliser la Relation Fondamentale de la Dynamique (2nde Loi de Newton).

Prérequis et remarque générale

- Outils mathématiques du secondaire :
  - Dérivation, Intégration (pas de rappels → cours de Lycée)
  - Dimensions, unités
  - Scalaires, vecteurs
  - Produit scalaire et trigonométrie

  quelques rappels

- Remarque générale : en Physique, il y a très peu de « formules » à « apprendre par cœur » ! Il faut comprendre les raisonnements et savoir les reproduire…

- Cependant, les relations ‘incontournables’ seront signalées par le signe [!]

Plan du cours

- Chapitre 1 : Cinématique du point
- Chapitre 2 : Forces macroscopiques
- Chapitre 3 : Différentes formes d’énergie
- Chapitre 4 : Relation Fondamentale de la Dynamique
- Chapitre 5 : Mouvement de chute libre
- Chapitre 6 : Forces à l’échelle microscopique
- Chapitre 7 : Forces conservatives et énergies potentielles
- Chapitre 8 : Mouvement harmonique

UE Option Sciences - Physique (PH1)

Chapitre 1
Cinématique du point

Dr. Benoît CHABAUD

Année universitaire 2023/2024

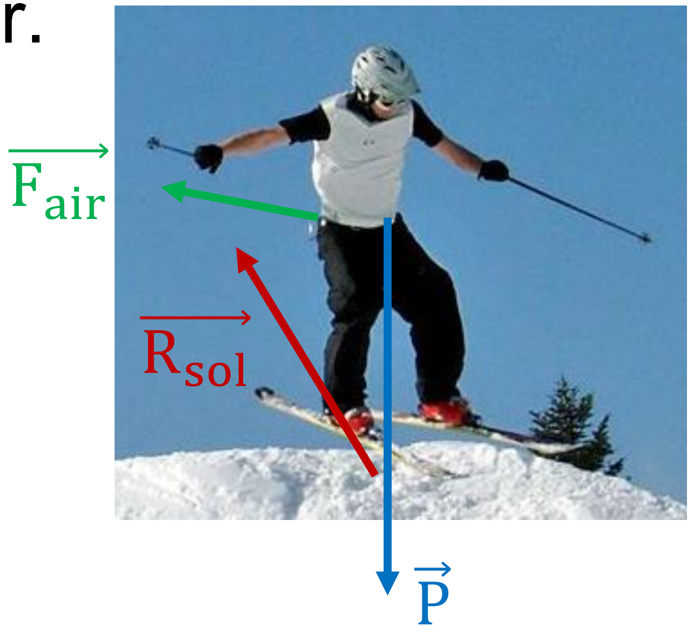
Objectifs

- Comprendre les notions de :
  - Système
  - Repère
  - Position, vitesse, accélération
  - Trajectoire

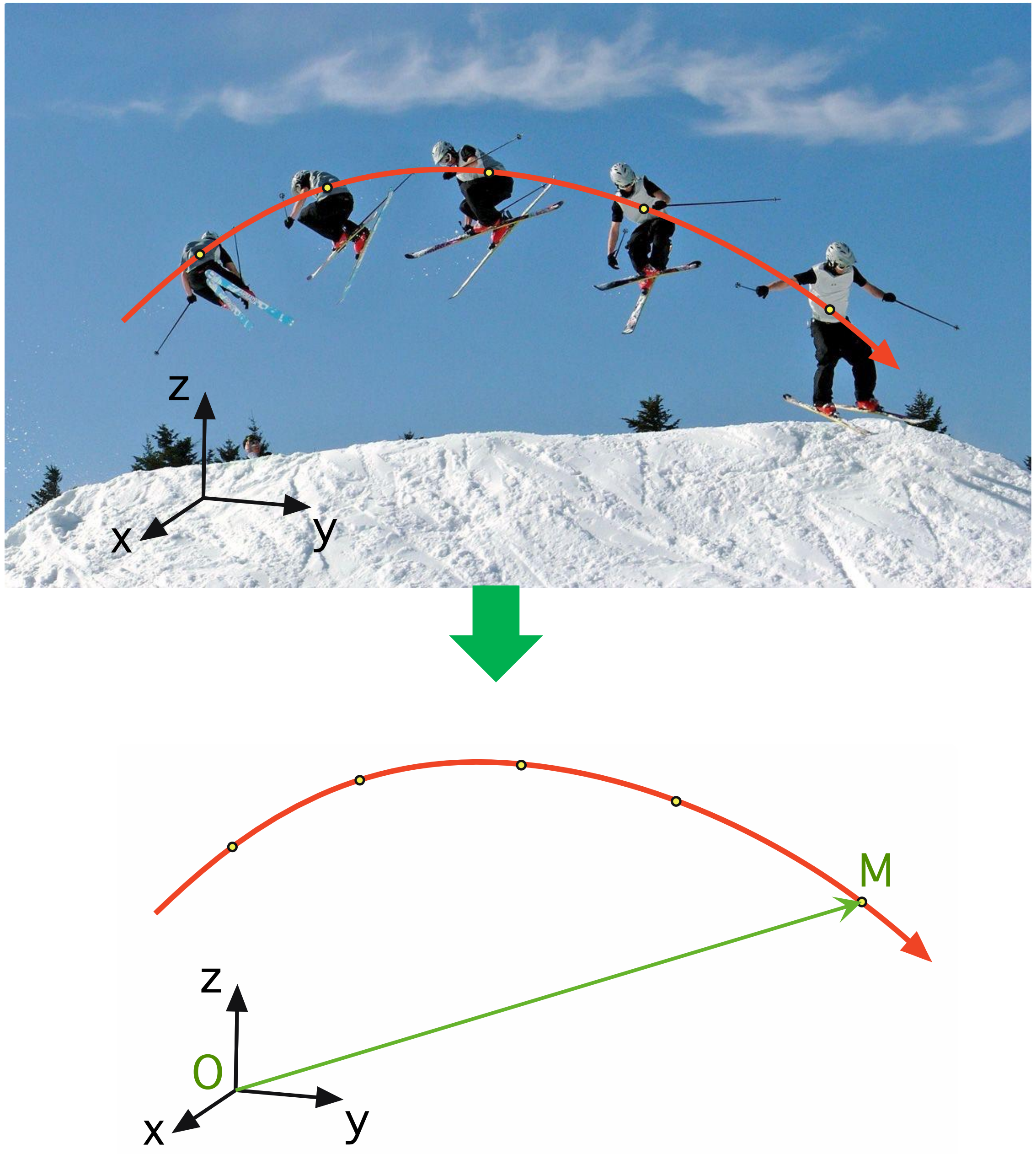
- Rappels sur les Vecteurs
- Rappels sur les dimensions et les Unités

1.1. Définitions

- La cinématique est l’étude du mouvement indépendamment de ses causes.
- Un système est une partie de l'Univers que l’on distingue de son environnement.
- Exemple : on étudie le mouvement d’un skieur. Ce système peut interagir avec le reste de l’univers à travers des forces :
  - Poids : $\vec{P}$
  - Frottements dans l’air : $\overrightarrow{F_{air}}$
  - Réaction du sol : $\overrightarrow{R_{sol}}$
  - …

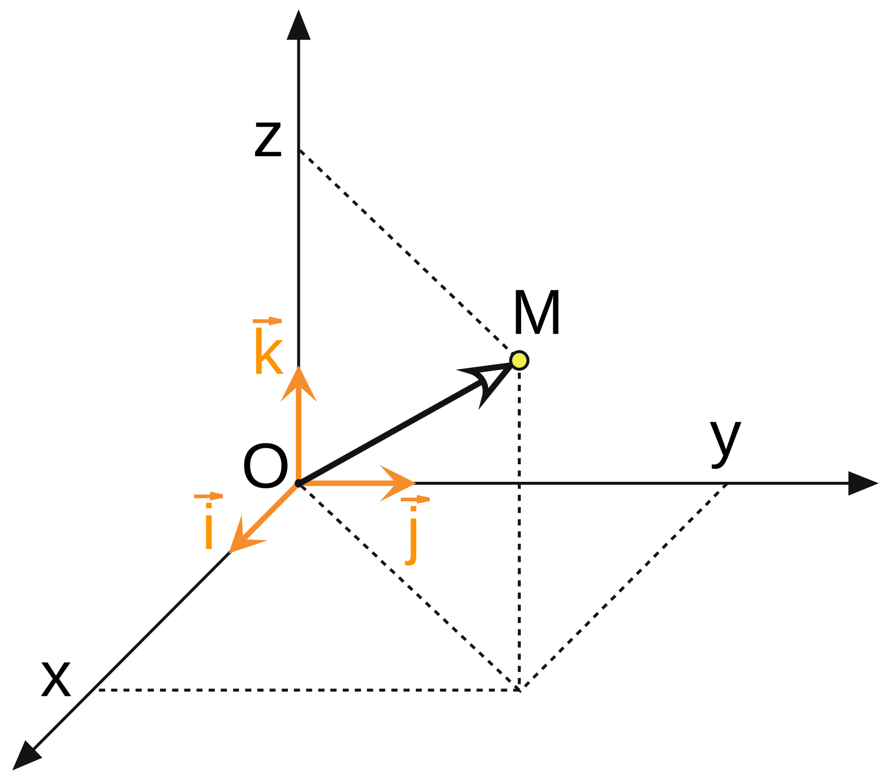


- Pour simplifier nous réduisons le système à un point M (infiniment petit).
- Nous ne considérons donc pas les rotations ni les déformations du système.
- Par ailleurs, on considère que toute la masse m du système est concentrée dans ce point M.
- Ce point est repéré par ses coordonnées : $\overrightarrow{OM}(x, y, z)$.



- On utilisera toujours un repère Cartésien orthonormé $\{O\,\vec{i}\,\vec{j}\,\vec{k}\}$, où les vecteurs $\vec{i}$, $\vec{j}$ et $\vec{k}$ sont 3 vecteurs unitaires formant une base directe ($\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = \|\vec{k}\| = 1$

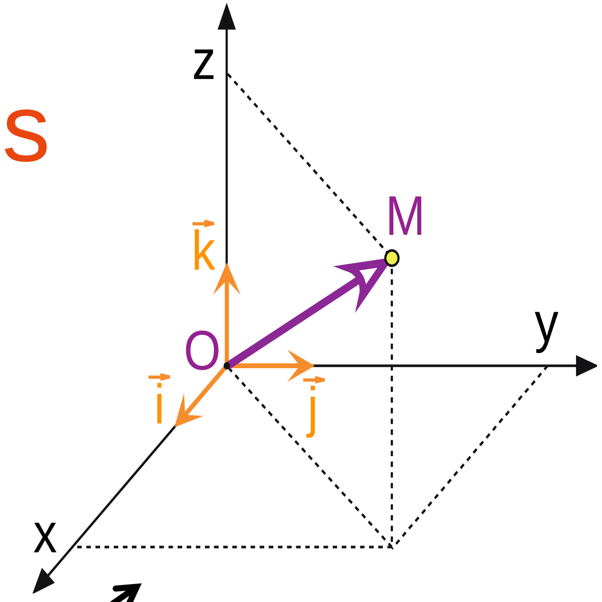
  avec $\vec{i}\,.\,\vec{j} = \vec{j}\,.\,\vec{k} = \vec{k}\,.\,\vec{i} = 0$).



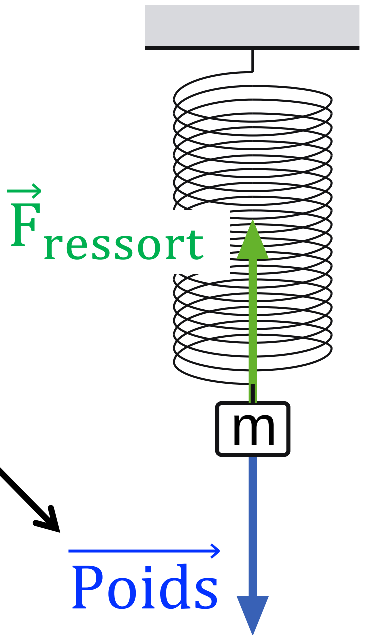
- Dans ce repère, la position du point M est repérée à partir de ses coordonnées : $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

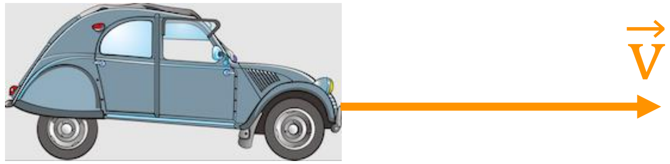
- On verra dans un prochain Chapitre la notion de Repère (et de référentiel) Galiléen.

1.2. Vecteurs et scalaires



- En Physique, de nombreuses grandeurs sont représentées par des vecteurs et comportent donc trois coordonnées.
- Exemples :
  - Vecteur position : $\overrightarrow{OM}(x, y, z) = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$
  - Vecteur force : $\vec{F}(F_x, F_y, F_z) = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\vec{k}$
  - Vecteur vitesse : $\vec{v}(v_x, v_y, v_z) = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$
  - etc.





- Une grandeur scalaire est représentée par un nombre réel :

  - Masse d'un système : m
  - Température : T
  - Énergie cinétique : E_c
  - Travail : W

  … etc.

- Un vecteur (noté avec une flèche : $\vec{A}$) : ne peut jamais être égal à un scalaire (les grandeurs vectorielles et scalaires sont de nature différente).

- NB : la norme (ou module) d'un vecteur est une grandeur scalaire :

$$\|\vec{A}\| = \|a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}\| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \geq 0$$

- Pour simplifier, on notera souvent la norme d'un vecteur $\vec{A}$ avec la lettre correspondante : $\|\vec{A}\| = A$

1.3. Dimensions et unités

- En Physique, (presque) toutes les grandeurs ont une dimension.
- Les dimensions fondamentales utilisées dans ce cours sont :
  - Masse (notée M)
  - Longueur (notée L)
  - Temps (noté T)
  - Température (notée θ)
- Quand on s'intéresse à la dimension d'une grandeur, on la note entre crochets. Exemples : masse : $[m] = M$ longueur : $[\ell] = L$
- Les dimensions peuvent se combiner entre elles. Exemple :
  – Une énergie cinétique E_c : Masse x (Vitesse)^2 = M . (L / T)^2 = $M \, . \, L^2 \, . \, T^{-2}$
- La dimension d'un vecteur est celle de son module. Exemples :
  – Une vitesse $\vec{v}$: $[\|\vec{v}\|] = [v]$ = Longueur / Temps = L / T = $L \, . \, T^{-1}$
  – Une force $\vec{F}$: $[\|\vec{F}\|] = [F]$ = Masse x Accélération = M . L / T^2 = $M \, . \, L \, . \, T^{-2}$

- A une dimension donnée, peuvent correspondre plusieurs unités :
  - Masse : M peut se mesurer en kg, ou en g, ou en tonnes…
  - Longueur : L peut se mesurer en m, ou en km, ou en mm…
  - Temps : T peut se mesurer en s, ou en min, ou en année…
  - Température : θ peut se mesurer en K (Kelvin), ou en °C…
- Les unités du Système International (SI) sont : kg, m, s, K
  mais les autres unités sont tout à fait utilisables !
- Par contre, il faut toujours exprimer une grandeur avec son unité :
  - Si une longueur vaut 3 m, écrire « $\ell = 3$ » n'a pas de sens.

  ☞ « $\ell = 3$ m »
  - Si une masse vaut 80 kg, écrire « $m = 80$ » n'a pas de sens.

  ☞ « $m = 80$ kg »

- Ce qui précède permet d'introduire la notion d'Homogénéité.
- En Physique, toute expression doit être dimensionnellement homogène (il n'y a aucune exception !)
  - Si on écrit « a = b » alors [a] = [b]
  - De même si on écrit « x + y » ou « x - y » alors [x] = [y]

- Exemple : quand on écrit l'énergie cinétique : $E_c = ½ mv^2$, on doit avoir : $[E_c] = [½ mv^2]$ (cf. Chapitre sur les énergies)

  ce qui se vérifie en écrivant : $[E_c] = [½ mv^2] = [½][m][v^2]$.
  Dans cette expression, ½ est sans dimension, m est une Masse, et v^2 est une vitesse au carré : $[E_c] = M . (L/T)^2 = M . L^2 . T^{-2}$

- On confirme l'exemple précédent en vérifiant que l'énergie potentielle $E_p = mgz$ a la même dimension.

  On doit avoir : $[E_p] = [mgz]$

- ce qui se vérifie en écrivant : $[E_p] = [mgz] = [m][g][z]$ où m est une Masse, g est une accélération (L/T^2), et z est une altitude (L). Soit $[E_p] = M \,.\, (L/T^2) \,.\, L = M \,.\, L^2 \,.\, T^{-2}$

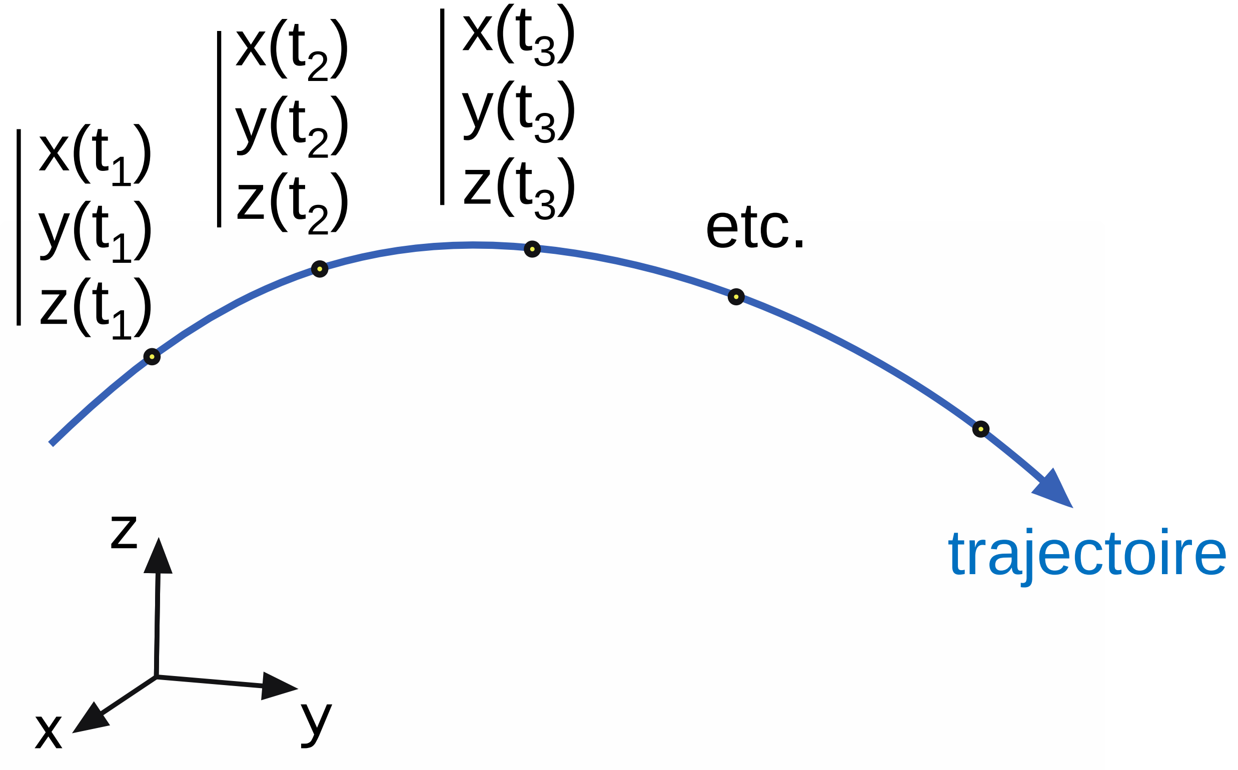
- En Physique, toutes les énergies sont homogène à $M \,.\, L^2 \,.\, T^{-2}$ (il n'y a aucune exception).

- Dans le SI, l'unité de l'énergie est le Joule : $1\ J = 1\ kg.m^2.s^{-2}$.

- Mais on pourrait exprimer une énergie en $tonne.cm^2.s^{-2}$ ou en $gramme.km^2.min^{-2}$…

1.4. Position, trajectoire, vitesse

- On a vu que la position d'un système ponctuel est définie par les coordonnées du vecteur position : $\overrightarrow{OM} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath} + z\vec{k}$
- Si le système se déplace, les coordonnées sont des fonctions du temps : $\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases}$

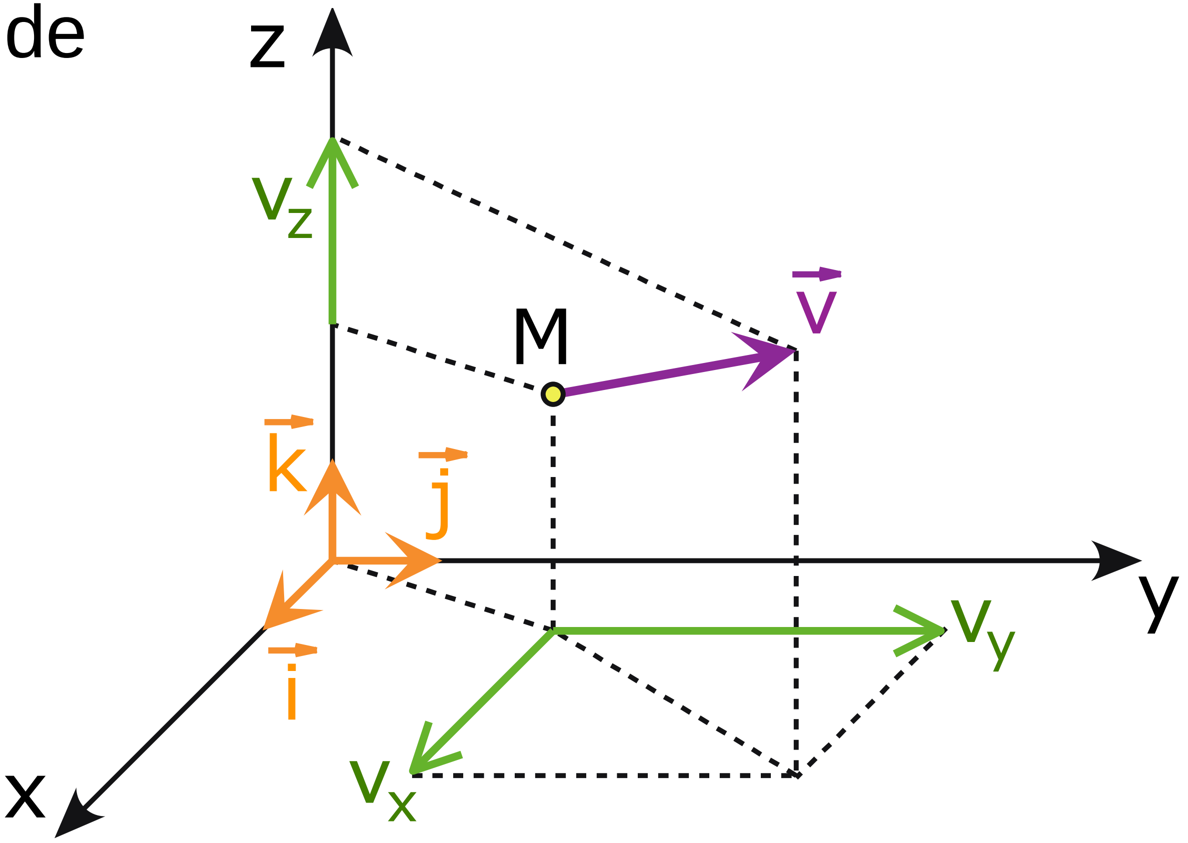


- La fonction mathématique $f(x,y,z)$ qui relie x, y et z indépendamment du temps est la trajectoire.

- La vitesse du système est un vecteur qui est la dérivée de la position par rapport au temps : $\vec{v}(t) = \dfrac{d\,\overrightarrow{OM}(t)}{dt}$

- Autrement dit, les 3 composantes de la vitesse sont :

$$\begin{cases} v_x(t) = \dfrac{d\,x(t)}{dt} \\ v_y(t) = \dfrac{d\,y(t)}{dt} \\ v_z(t) = \dfrac{d\,z(t)}{dt} \end{cases}$$



- Et le vecteur vitesse s'écrit :

$$\vec{v}(t) = \frac{dx(t)}{dt}\vec{i} + \frac{dy(t)}{dt}\vec{j} + \frac{dz(t)}{dt}\vec{k}$$

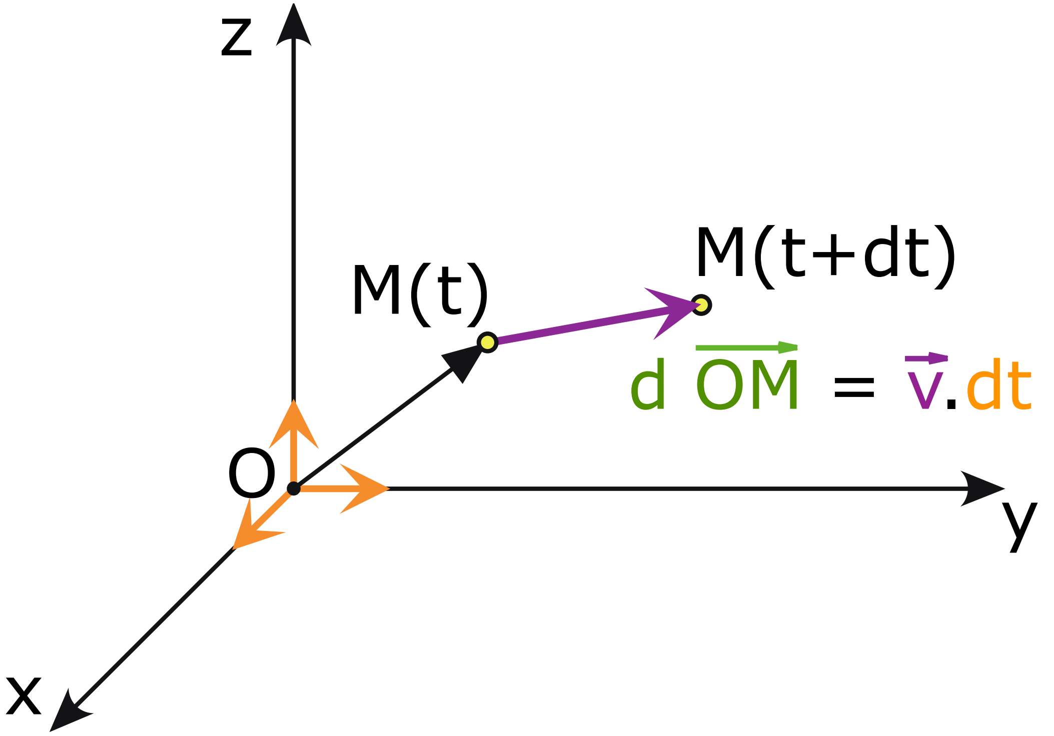
$$= v_x\,\vec{i} + v_y\,\vec{j} + v_z\,\vec{k}$$

- Mathématiquement, la notation $\frac{d\,\overrightarrow{OM}(t)}{dt}$ correspond au rapport du déplacement infinitésimal $d\,\overrightarrow{OM}$ (que le point M effectue dans l'intervalle de temps infinitésimal dt),

divisé par cet intervalle de temps dt.

- Autrement dit, $\frac{d\,\overrightarrow{OM}(t)}{dt}$ est bien homogène à une distance sur un temps, c'est à dire à une vitesse :

$$\left[\frac{d\,\overrightarrow{OM}(t)}{dt}\right] = L\,.\,T^{-1}$$



1.5. Accélération

- L'accélération du système est un vecteur qui est la dérivée du vecteur vitesse par rapport au temps : $\vec{a}(t) = \frac{d\,\vec{v}(t)}{dt}$

- Autrement dit, les 3 composantes de l'accélération sont :

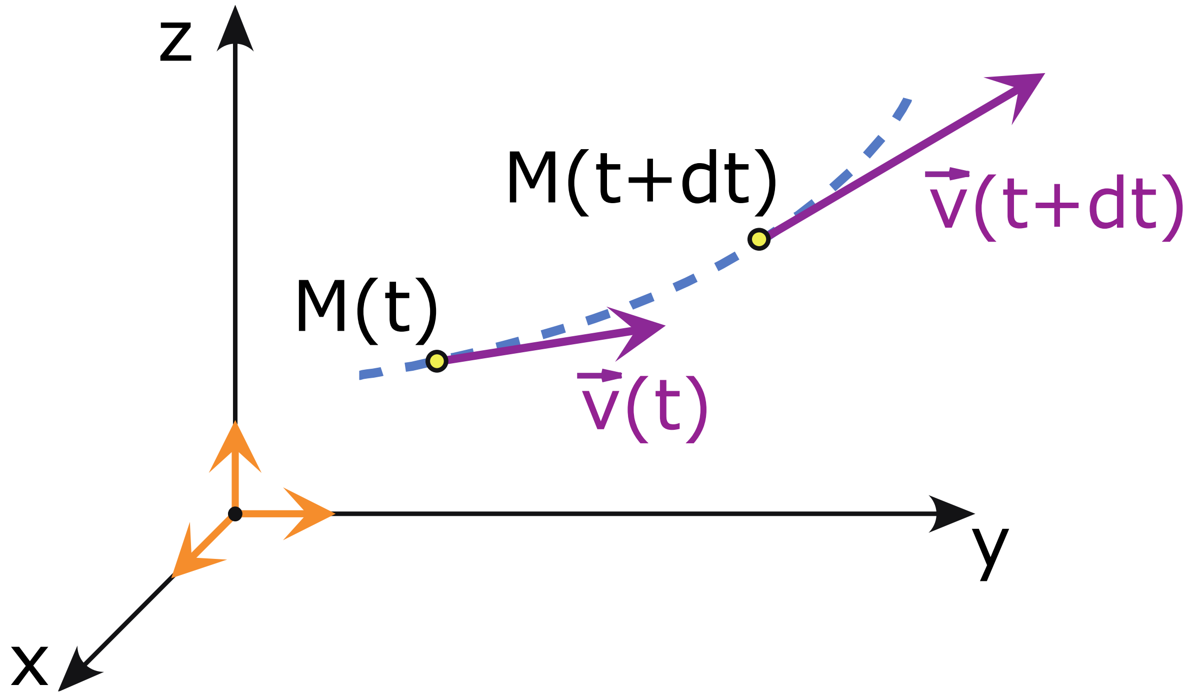
$$\begin{cases} a_x(t) = \frac{d\,v_x(t)}{dt} \\ a_y(t) = \frac{d\,v_y(t)}{dt} \\ a_z(t) = \frac{d\,v_z(t)}{dt} \end{cases}$$

Qui correspondent aussi aux dérivées secondes de la position :

$$\begin{cases} a_x(t) = \frac{d^2x(t)}{dt^2} \\ a_y(t) = \frac{d^2y(t)}{dt^2} \\ a_z(t) = \frac{d^2z(t)}{dt^2} \end{cases}$$

- Et le vecteur accélération s'écrit : $\vec{a} = a_x\,\vec{i} + a_y\,\vec{j} + a_z\,\vec{k}$

- Mathématiquement, la notation $\frac{d\,\vec{v}(t)}{dt}$ correspond au rapport de la variation infinitésimale de la vitesse $d\,\vec{v}(t)$ (dans l'intervalle de temps infinitésimal dt), divisée par cet intervalle de temps dt.



- (La définition mathématique est :

$$\vec{a}(t) = \lim_{dt \to 0} \frac{\vec{v}(t+dt) - \vec{v}(t)}{dt}$$)

- On voit que $\frac{d\,\vec{v}(t)}{dt}$ est homogène à une vitesse divisée par un temps :

$$\left[\frac{d\,\vec{v}(t)}{dt}\right] = (L.T^{-1}) \,/\, T = L\,.\,T^{-2}$$

1.6. Dérivées et intégrales

- On peut représenter le schéma suivant pour passer d'une grandeur à l'autre (on va voir des exemples peu après) :

$$\begin{tikzcd} \overrightarrow{OM}(t) \arrow[r, bend left, "\text{dérivée}"] & \vec{v}(t) \arrow[l, bend left, "\text{intégrale}"] \arrow[r, bend left, "\text{dérivée}"] & \vec{a}(t) \arrow[l, bend left, "\text{intégrale}"] \end{tikzcd}$$

- Ces dérivées et intégrales se font par rapport au temps.
- La dérivation ne pose généralement pas de problèmes.
- Pour l'intégration ($\vec{a} \rightarrow \vec{v}$ ou $\vec{v} \rightarrow \overrightarrow{OM}$), il y a 2 méthodes :

1) Si on connaît l'expression de la vitesse $\vec{v}(t)$, on peut calculer la primitive $\overrightarrow{OM}$, ce qui fait apparaître des constantes d'intégration, qui dépendent des conditions initiales sur la position.

- Exemple : supposons que l'on connaisse la vitesse d'un mouvement bidimensionnel : $\vec{v}(t) = v_x \vec{i} + v_y \vec{j}$ avec $v_x(t) = 3t + 2$ et $v_y(t) = 2t^2 + 4$
- Alors : $$\overrightarrow{OM}(t) = \left(\int (v_x(t)dt)\right)\vec{i} + \left(\int (v_y(t)dt)\right)\vec{j}$$
- Soit : $$\overrightarrow{OM}(t) = \left(\frac{3}{2}t^2 + 2t + x_0\right)\vec{i} + \left(\frac{2}{3}t^3 + 4t + y_0\right)\vec{j}$$
- Les constantes d'intégration x_o et y_o correspondent à la position initiale du système : $x_o = x(t=0)$ et $y_o = y(t=0)$.

Si on connaît x_o et y_o, la position $\overrightarrow{OM}(t)$ est entièrement déterminée.

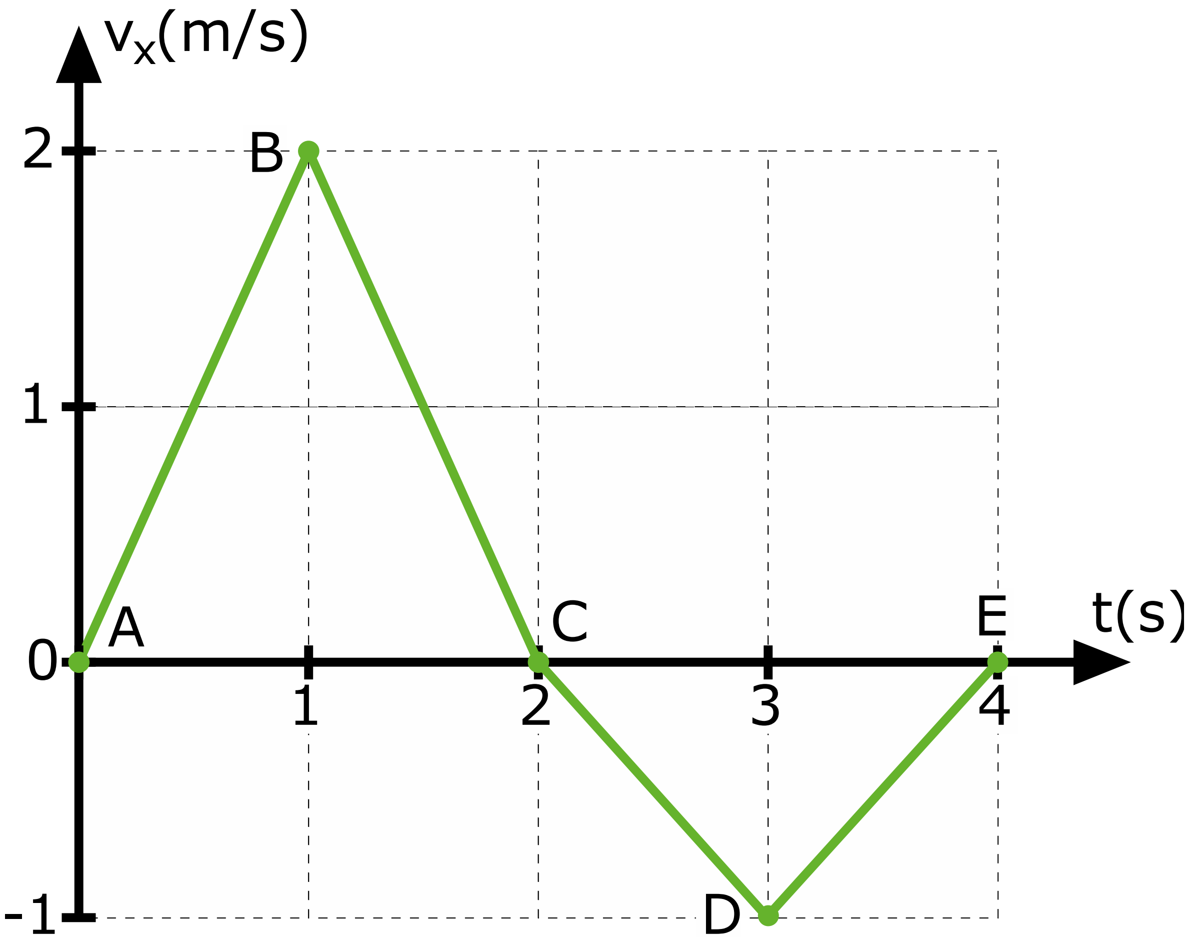
2) Si on connaît la courbe de la vitesse $\vec{v}(t)$, on peut déterminer graphiquement l'intégrale qui correspond à l'aire sous la courbe.

- Exemple : supposons que la vitesse v_x d'un mouvement unidimensionnel (suivant Ox) varie comme sur la figure :

- Supposons également que la position initiale x_o soit connue.

- De A à B, le système a parcouru une distance :

$$AB = \int_A^B v_x(t)dt$$

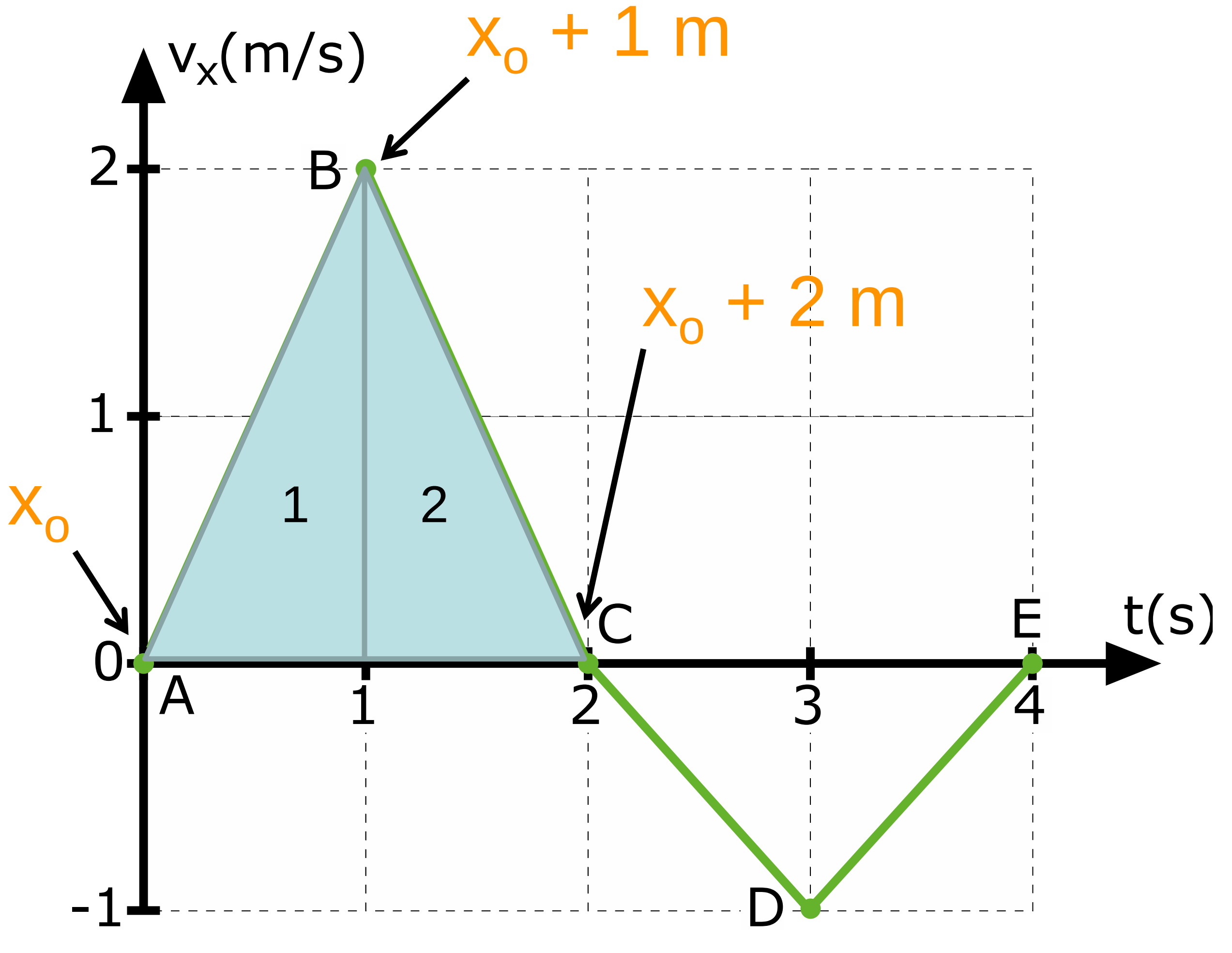


- Cette distance correspond à l'aire sous le segment AB, c'est à dire au triangle 1 représenté ci-contre :

AB = ½ (2 m/s x 1 s) = 1 m

- Au point B, la position du système est donc : x_o + 1 m.
- Ensuite, de B à C, le système a parcouru une distance :

$$BC = \int_B^C v_x(t)dt$$



- qui correspond à l'aire sous le segment BC, c'est à dire au triangle 2 représenté ci-dessus : BC = ½ (2 m/s x 1 s) = 1 m

- A partir du point C, la vitesse devient négative (mouvement vers les x décroissants) :

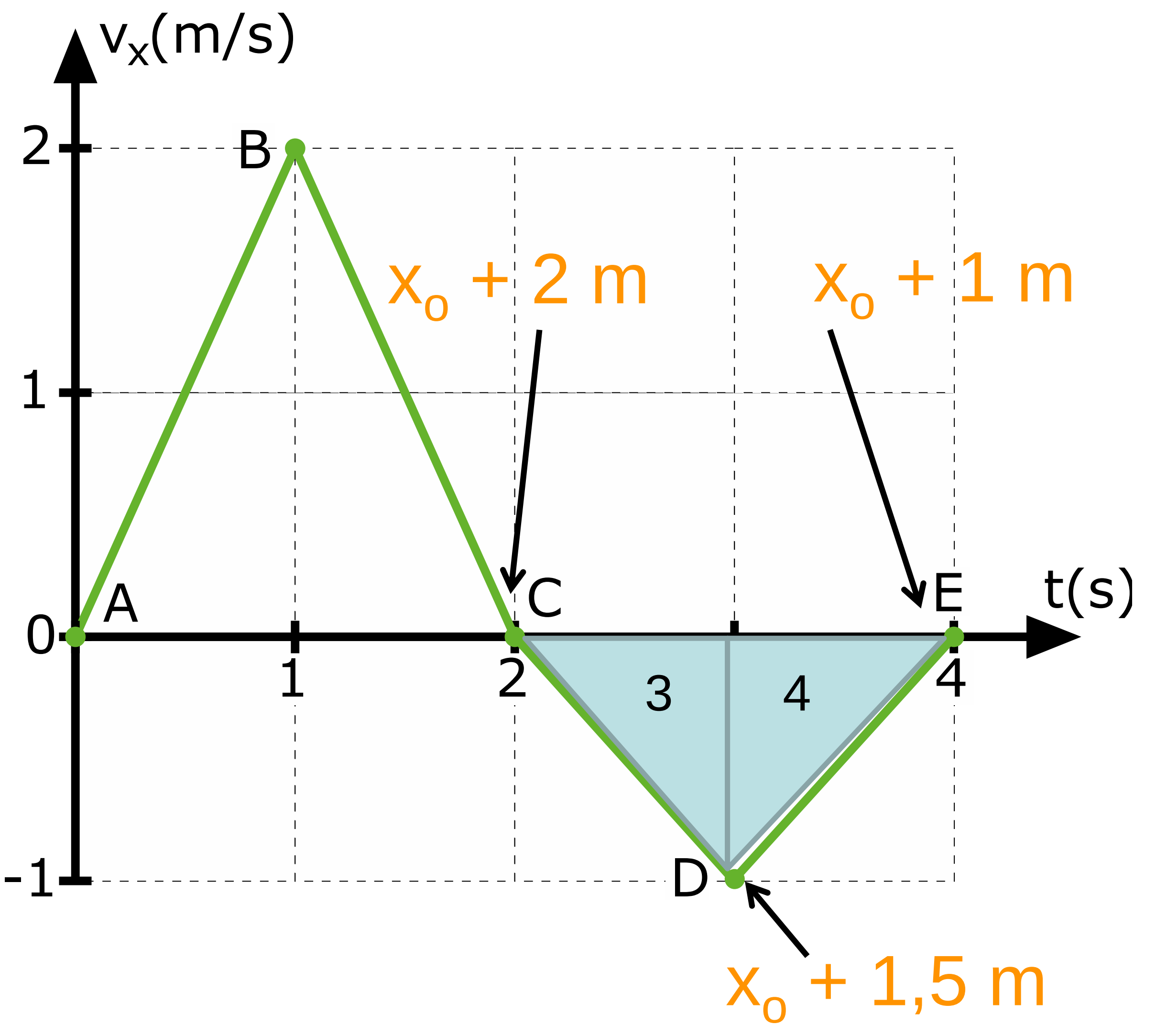
  CD = ½ (-1 m/s x 1 s) = - ½ m (triangle 3)

- Au point D, la position est alors :

  x_o + 2 m - 0,5 m = x_o + 1,5 m

- Et enfin, la distance de D à E :

  DE = ½ (-1 m/s x 1 s) = - ½ m (triangle 4)



- La position finale au point E est : x_o + 1,5 m - 0,5 m = x_o + 1 m

- Les deux méthodes 1) et 2) s'appliquent de la même façon si on connaît l'accélération $\vec{a}$ et que l'on veut remonter à la vitesse $\vec{v}$.

- Dans tous les cas, il faut connaître les conditions initiales du mouvement :
  - Position initiale : $x_o = x(t=0)$; $y_o = y(t=0)$; $z_o = z(t=0)$ pour déterminer entièrement la position du système.
  - Vitesse initiale : $v_{xo} = v_x(t=0)$; $v_{yo} = v_y(t=0)$; $v_{zo} = v_z(t=0)$ pour déterminer entièrement la vitesse du système.

- Dans les Chapitres suivants, on résoudra divers mouvements complets.

Conclusion

- Dans ce Chapitre, on a vu les notions de :
  - Système
  - Repère et position
  - Vitesse et accélération
- ainsi que la façon de passer de l'une à l'autre :
  - Position ⬄ vitesse ⬄ accélération
  - Trajectoire
- Dans le Chapitre suivant, on va introduire la notion de :
  - Force

Mentions légales