

Chapitre 3 : Le courant électrique dans les conducteurs

Dr. Julien DOUADY

Objectifs pédagogiques du chapitre 3

A l'issue de ce chapitre, l'étudiant devra être capable :

- **De relier le courant électrique au mouvement des charges électriques élémentaires**
- **De calculer la densité d'électrons de conduction dans quelques matériaux conducteurs**
- **D'appliquer la loi d'Ohm locale, la loi d'Ohm et de calculer la puissance dissipée par effet Joule**

Plan du chapitre 3

1. Le courant électrique
2. La densité de courant électrique
3. La vitesse moyenne des porteurs de charges
4. Loi d'Ohm locale et loi d'Ohm
5. La puissance dissipée par effet Joule

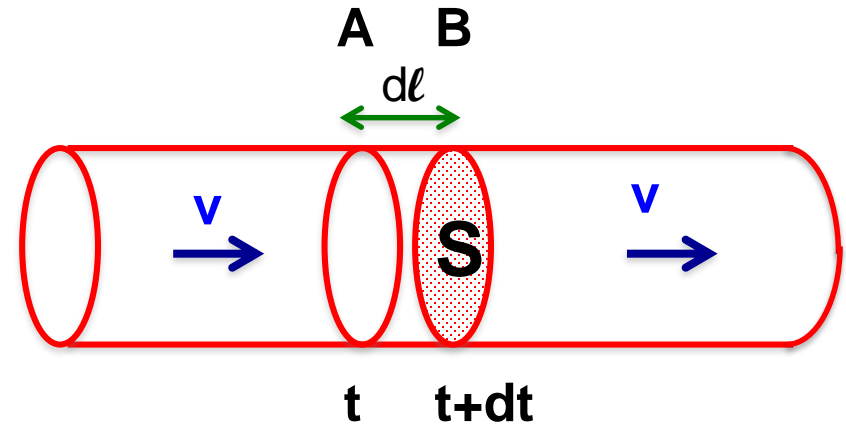
Plan du chapitre 3

1. Le courant électrique
2. La densité de courant électrique
3. La vitesse moyenne des porteurs de charges
4. Loi d'Ohm locale et loi d'Ohm
5. La puissance dissipée par effet Joule

Chap. 3-1 – Le mouvement des charges

Soit un cylindre conducteur de section S
où se déplacent des charges à une vitesse v
(v = vitesse moyenne des porteurs, supposée constante)

Le mouvement se fait dans l'axe du cylindre, la vitesse
est parallèle à l'axe du cylindre



Pendant un temps élémentaire dt , les charges parcourent une distance $d\ell = v \cdot dt$
(pendant dt , les charges initialement en A vont de la section A à la section B)

Pendant ce temps dt , une quantité de charges dQ traverse la section S ,
 dQ correspond à la quantité de charges présente dans le volume V entre A et B

Chap. 3-1 – L'intensité du courant

L'intensité I du courant électrique est la variation de quantité de charges par unité de temps, c'est donc un **débit de charge** :

$$I = dQ/dt$$

L'unité est l'Ampère (A)

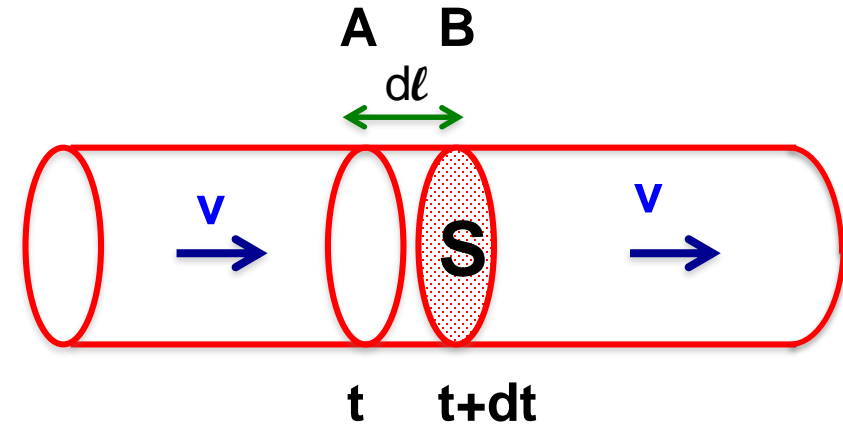
dQ est la quantité de charge qui traverse la surface S pendant le temps dt , c'est aussi **la quantité de charges présente dans le volume V entre A et B** :

$$dQ = nq \cdot V = nq \cdot S \cdot d\ell,$$

où n est la densité de porteurs de charges et q la charge élémentaire

Or, $d\ell = v \cdot dt$ donc $dQ = nq \cdot S \cdot v \cdot dt$, et finalement le courant I vaut :

$$I = dQ/dt = nq \cdot S \cdot v$$



où n est la densité des porteurs de charges,
 q la charge élémentaire,
 S est la section du cylindre,
et v la vitesse moyenne des porteurs de charges.

Chap. 3-1 – Les électrons de conduction

Quelles charges électriques participent au transport de courant électrique ?

Seuls les électrons de la couche électronique correspondant au **nombre quantique principal (n) le plus élevé** participent à la conduction

Exemple de l'Aluminium, dont la configuration est $1s^2 2s^2 2p^6$ $3s^2 3p^1$

Couche de conduction $n=3$
 $2+1 = 3$ électrons de conduction
par atome

ATTENTION : pour la plupart des conducteurs présentent un écart à règle de Klechkowski

Cuivre : $[\text{Ar}]$ $4s^1$ $3d^{10}$

Argent : $[\text{Kr}]$ $5s^1$ $4d^{10}$

Or : $[\text{Xe}]$ $6s^1$ $4f^{14} 5d^{10}$

Chap. 3-1 – La densité d'électrons de conduction

Quelle est la densité d'électrons qui vont contribuer au courant électrique ?

Cette densité n s'exprime en électrons / $m^3 \rightarrow [e^- / m^3]$

Par analyse dimensionnelle :

$$[e^- / m^3] = [e^- / \text{atome}] \cdot [\text{atomes} / \text{Mole}] \cdot \boxed{\frac{\rho}{M}} \cdot [\text{Mole} / \text{g}] \cdot [\text{g} / \text{cm}^3] \cdot [\text{cm}^3 / \text{m}^3]$$

The diagram illustrates the dimensional analysis of the electron density n . It shows the equation $[e^- / m^3] = [e^- / \text{atome}] \cdot [\text{atomes} / \text{Mole}] \cdot \boxed{\frac{\rho}{M}} \cdot [\text{Mole} / \text{g}] \cdot [\text{g} / \text{cm}^3] \cdot [\text{cm}^3 / \text{m}^3]$. A red box highlights the term $\frac{\rho}{M}$, which is further expanded by a red bracket into $[\text{Mole} / \text{g}] \cdot [\text{g} / \text{cm}^3]$. Colored arrows link the units in the equation to their physical meanings: a red arrow from $[e^- / m^3]$ to n ; a green arrow from $[e^- / \text{atome}]$ to 'électrons de conduction'; a purple arrow from $[\text{atomes} / \text{Mole}]$ to ' \mathcal{N}_A nb Avogadro'; an orange arrow from $[\text{Mole} / \text{g}]$ to ' $1/M$ 1/masse molaire'; a blue arrow from $[\text{g} / \text{cm}^3]$ to 'densité ρ '; and a black arrow from $[\text{cm}^3 / \text{m}^3]$ to 10^6 .

Chap. 3-1 – Exemples de calculs de n

Combien d'électrons par unité de volume ?

ρ		M	
	COPPER	63.55	Zn
8.96	Cu	29	7.1
	[Ar] 3d ¹⁰ 4s ¹		
3.61	FCC		2.1
1356		315	69
	SILVER	107.87	CA
10.5	Ag	47	8.1
	[Kr] 4d ¹⁰ 5s ¹		
4.09	FCC		2.1
1234		215	51
	GOLD	196.97	M
19.3	Au	79	1.1
	[Xe] 4f ¹⁴ 5d ¹⁰ 6s ¹		
4.08	FCC		2
1337		170	2

$$\frac{\rho}{M}$$

$$n = \frac{8.96}{63.55} \times 1 \times \frac{6.02 \times 10^{23}}{\mathcal{N}_A} \times 10^6 = 8.5 \times 10^{28} \text{ électrons / m}^3$$

\mathcal{N}_A : nombre d'Avogadro

$$n = \frac{10.5}{107.87} \times 1 \times \frac{6.02 \times 10^{23}}{\mathcal{N}_A} \times 10^6 = 5.9 \times 10^{28} \text{ électrons / m}^3$$

\mathcal{N}_A : nombre d'Avogadro

$$n = \frac{19.3}{196.97} \times 1 \times \frac{6.02 \times 10^{23}}{\mathcal{N}_A} \times 10^6 = 5.9 \times 10^{28} \text{ électrons / m}^3$$

\mathcal{N}_A : nombre d'Avogadro

Ces calculs peuvent être faits sans calculatrice avec des valeurs approximatives

Chap. 3-1 – Cas de l'Aluminium

Combien d'électrons par unité de volume?

ρ		M
2600		1250
	ALUMINUM	26.982
2.70	Al	13
	[Ne] 3s ² 3p ¹	
4.05	FCC	5.4
933		394
38	GALLIUM	69.72

Exemple de calcul sans calculatrice
avec des valeurs approximatives

masse molaire M : 27 g/Mole

masse volumique ρ : 2.7 g/cm³

3 électrons par atome sur la couche 3

dont 2 de la sous-couche s et 1 de la sous-couche p

→ $n = 1.8 \times 10^{29}$ électrons / m³

Plan du chapitre 3

1. Le courant électrique
- 2. La densité de courant électrique**
3. La vitesse moyenne des porteurs de charges
4. Loi d'Ohm locale et loi d'Ohm
5. La puissance dissipée par effet Joule

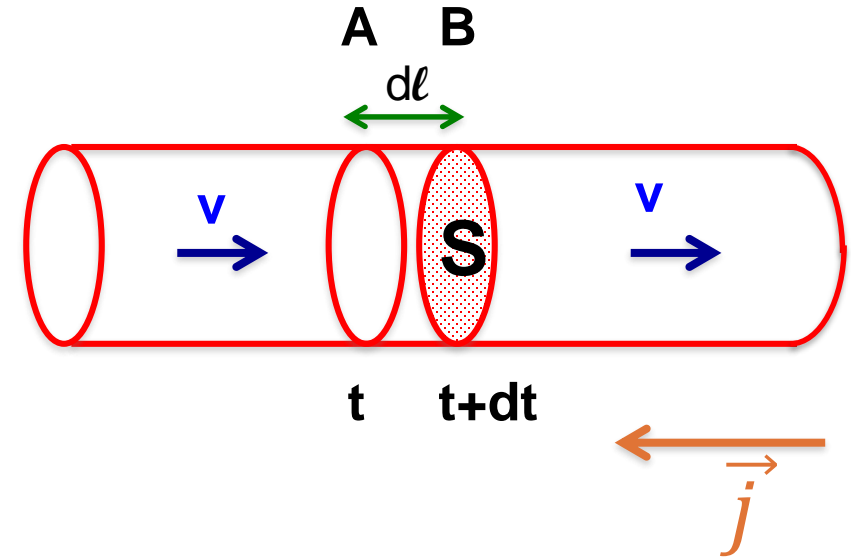
Chap. 3-2 – Densité de courant

La densité de courant j

représente une intensité par unité de surface

$$j = I / S$$

L'unité est $A \cdot m^{-2}$



La valeur de la densité de courant $j = I / S = nq \cdot v$

La densité de courant j est un vecteur dont la direction est celle de la vitesse des charges

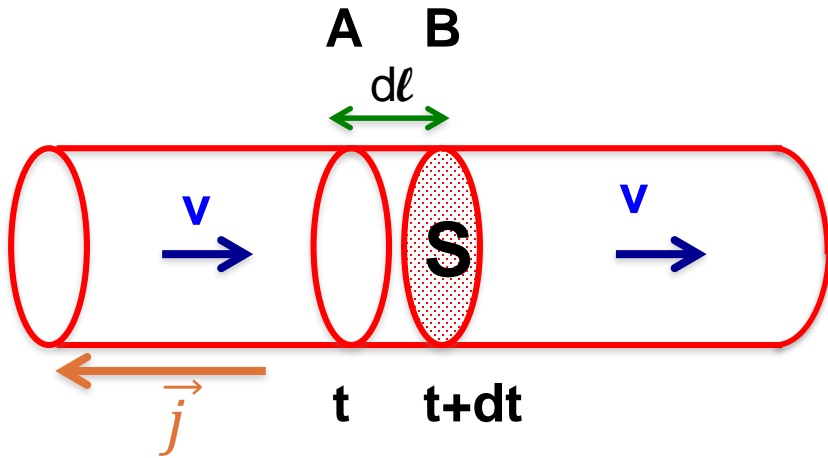
$$\vec{j} = nq \vec{v} \qquad \|\vec{j}\| = j = \frac{I}{S}$$

Dans le cas de la conduction électronique, $q = -e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ donc $q < 0$:
les vecteurs densité de courant et vitesse sont **colinéaires** mais **de sens opposés**

Plan du chapitre 3

1. Le courant électrique
2. La densité de courant électrique
- 3. La vitesse moyenne des porteurs de charges**
4. Loi d'Ohm locale et loi d'Ohm
5. La puissance dissipée par effet Joule

Chap. 3-3 – Vitesse moyenne des porteurs de charges



$$j = I / S = nq \cdot v$$

Exemple d'un conducteur en Cuivre : $n = 8.5 \cdot 10^{28}$ électrons / m^3
Charge élémentaire de l'électron : $q = -e = -1.6 \cdot 10^{-19}$ C

Pour un courant d'intensité $I = 1$ A
et une section de $S = 1 \text{ mm}^2 = 10^{-6} \text{ m}^2$

$$j = \frac{I}{S} = \frac{1}{10^{-6}} = 10^6 \text{ A} \cdot \text{m}^2$$

$$v = \frac{j}{nq} = \frac{10^6}{8,5 \cdot 10^{28} \cdot (-1,6) \cdot 10^{-19}} = -0,07 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$$

Le signe « - » vient du fait que
le vecteur vitesse et le vecteur densité de courant
sont colinéaires mais de sens opposés



$$|v| \sim 0.1 \text{ mm/s}$$

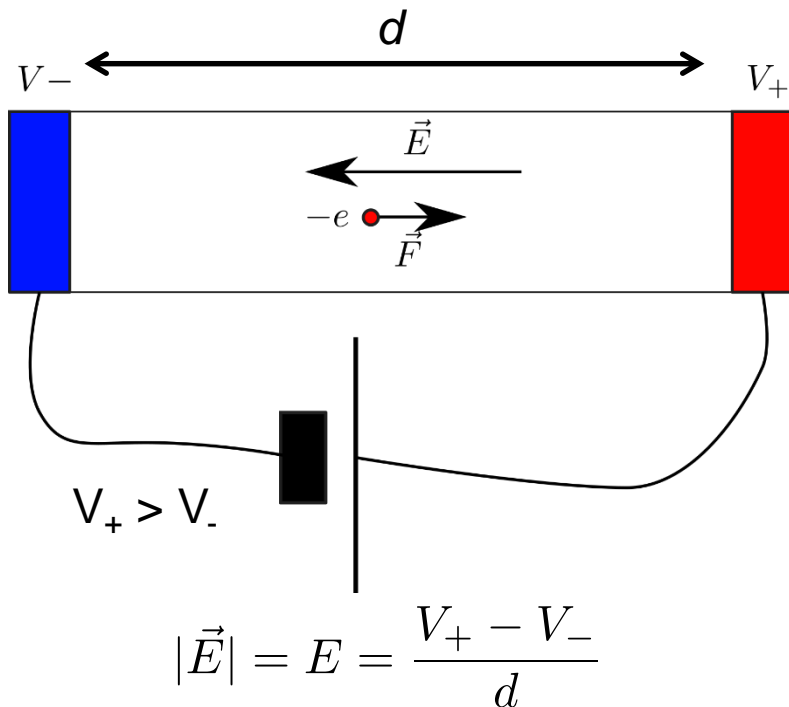
**la vitesse moyenne des porteurs de charges
dans un conducteur est faible :
de l'ordre de 0,1 mm/s**

Chap. 3-3 – Vitesse en régime permanent

En appliquant un champ \vec{E} à un matériau conducteur, les électrons vont subir une force électrique

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

Le mouvement des électrons est dans le sens contraire à \vec{E} ($q < 0$)



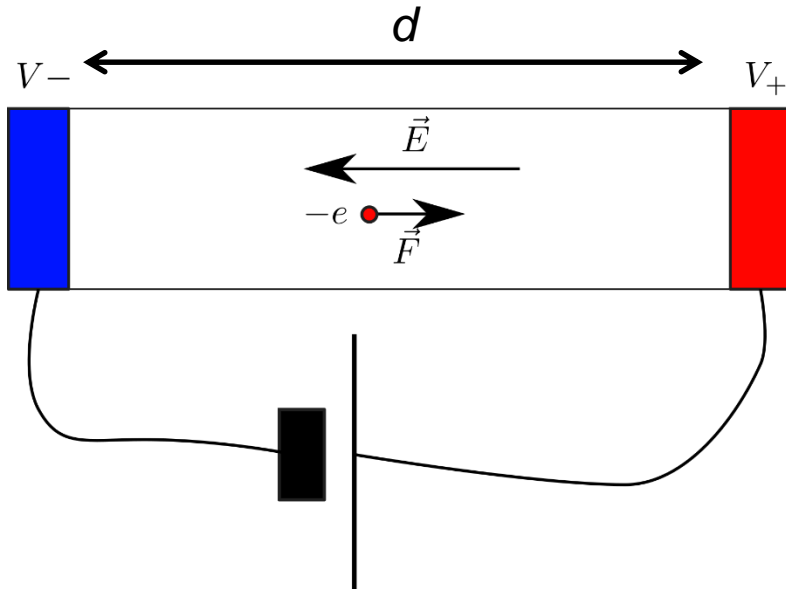
Si il n'y avait pas d'autre force que la force électrique, la vitesse des charges serait plus grande d'un côté du conducteur que de l'autre. Les charges pourraient également atteindre des vitesses très grandes. Ces deux aspects ne sont pas observés dans les conducteurs.



Il existe une force qui limite la vitesse des électrons, qui peut s'exprimer comme une force de frottement

$$\vec{F}_{frott} = -\alpha \cdot \vec{v}$$

Chap. 3-3 – Vitesse et mobilité électrique des charges



$$|\vec{E}| = E = \frac{V_+ - V_-}{d}$$

En appliquant le principe fondamental de la dynamique à un porteur de charges, on obtient :

$$m_e \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -e \cdot \vec{E} - \alpha \vec{v}$$

Faire l'hypothèse que la vitesse des porteurs de charges est constante, c'est supposer que le régime permanent est atteint,

$$\text{donc } \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \vec{0}$$

Nous avons alors une relation de proportionnalité entre la vitesse et le champ électrique :

$$e \cdot \vec{E} = -\alpha \vec{v}$$

Ce qui peut s'écrire $\vec{v} = \mu \vec{E}$

où μ est la **mobilité électrique** des charges

Unité de μ : $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$

Plan du chapitre 3

1. Le courant électrique
2. La densité de courant électrique
3. La vitesse moyenne des porteurs de charges
- 4. Loi d'Ohm locale et loi d'Ohm**
5. La puissance dissipée par effet Joule

Chap. 3-4 – La loi d'Ohm locale

La densité de courant \vec{j} est reliée à la vitesse : $\vec{j} = nq\vec{v}$

La vitesse est reliée au champ électrique : $\vec{v} = \mu\vec{E}$

La densité de courant est reliée au champ électrique $\vec{j} = \sigma\vec{E}$

Cette relation est appelée **la loi d'Ohm locale**

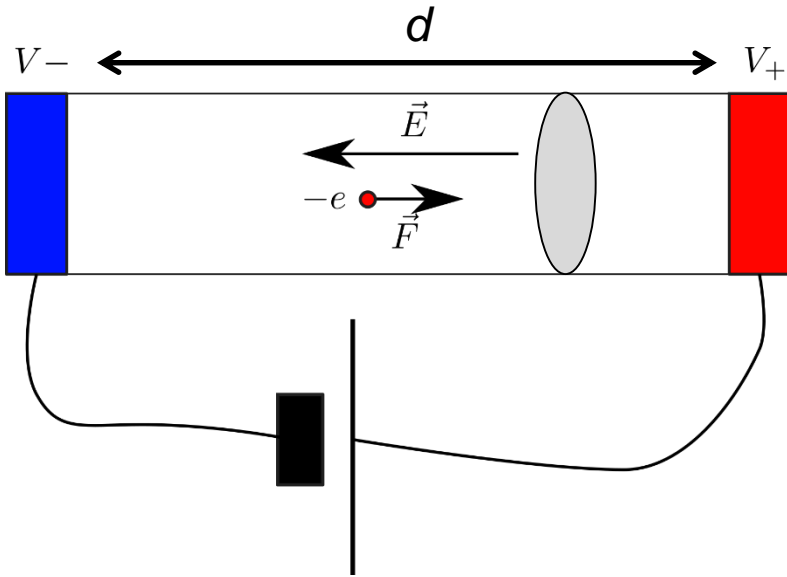
σ est la conductivité du matériau $(\Omega \cdot m)^{-1}$

La résistivité, qui est l'inverse de la conductivité, est beaucoup plus utilisée :

$$\rho = 1/\sigma \text{ en } \Omega \cdot m$$

La résistivité et la conductivité sont des caractéristiques du matériau

Chap. 3-4 – De la loi d'Ohm locale à la loi d'Ohm



$$E = \frac{V_+ - V_-}{d}$$

$$j = \sigma E$$

$$I = jS$$



$$j = \frac{\sigma}{d}(V_+ - V_-)$$



$$I = \frac{\sigma S}{d}(V_+ - V_-)$$

$$(V_+ - V_-) = \frac{d}{\sigma S}I = \rho \frac{d}{S}I = RI$$

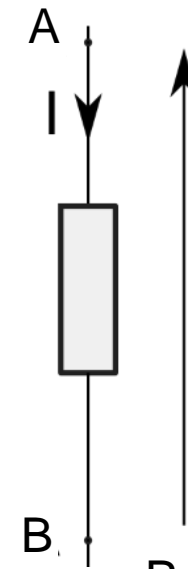
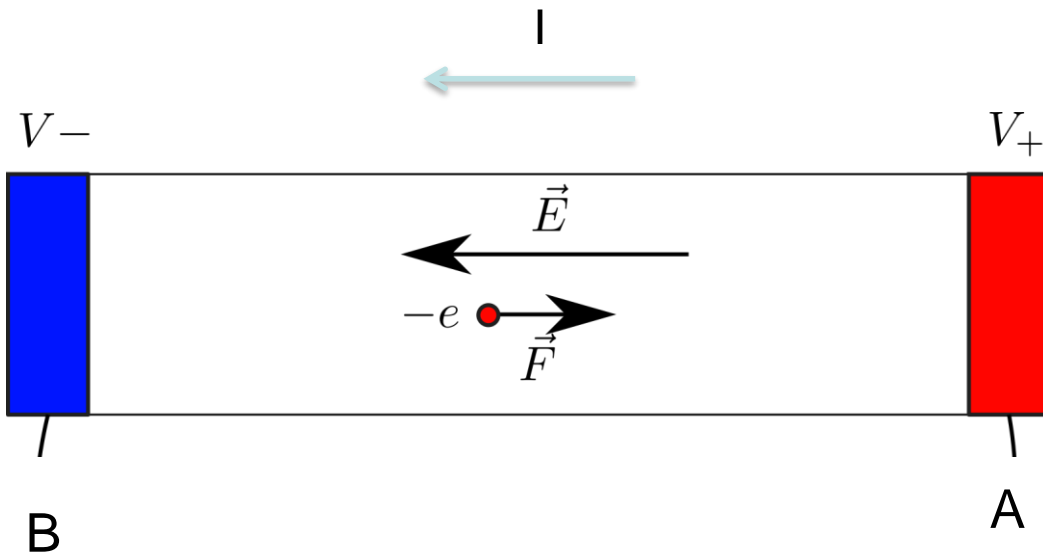
$$R = \rho \frac{d}{S}$$

$$(V_+ - V_-) = U = RI$$

- la différence de potentiel (tension) aux bornes d'un conducteur est proportionnelle à l'intensité du courant électrique
- la résistance est le coefficient de proportionnalité qui relie la tension au courant

Chap. 3-4 – La loi d'Ohm

$$U = RI$$



$$U_{AB} = V_A - V_B = V_+ - V_-$$

Pour une résistance
en convention récepteur : $U_{AB} = RI$

2 remarques :

- ✓ le sens du courant est opposé au sens de circulation des électrons
- ✓ le courant circule du potentiel le plus haut vers le potentiel le plus bas

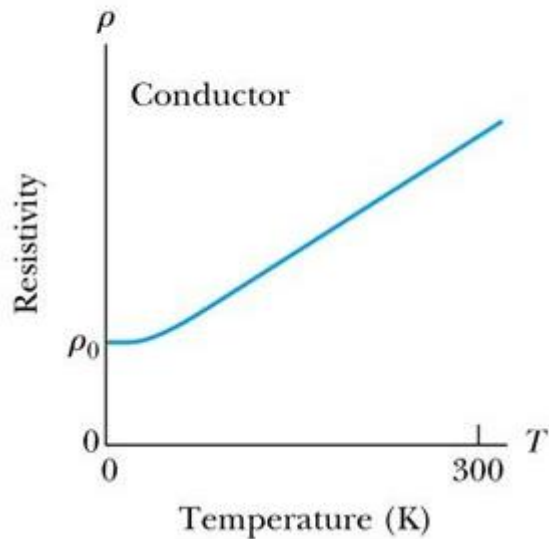
Chap. 3-4 – La résistivité des matériaux

$$R = \rho \frac{d}{S}$$

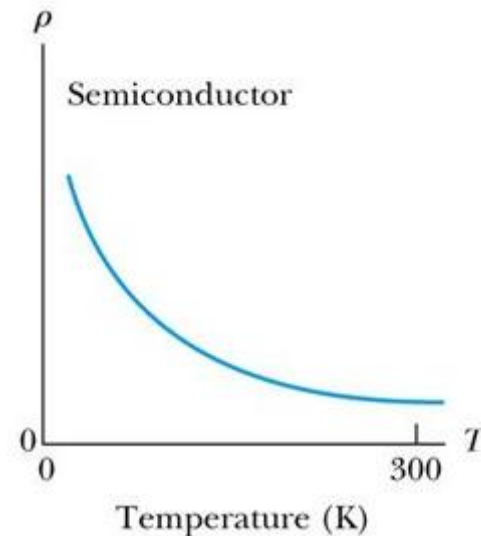
ρ est une propriété intrinsèque du matériau, elle dépend aussi de la température

R dépend de la géométrie (longueur et section) du matériau

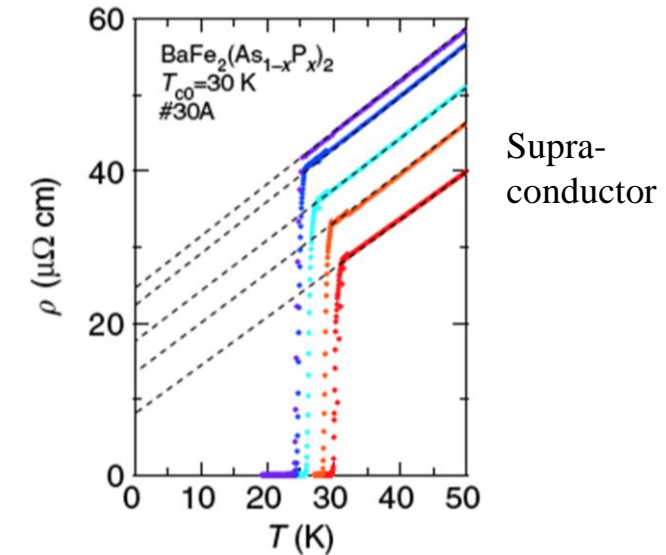
Pour information



La résistivité d'un conducteur **diminue** linéairement avec la température puis sature à **une valeur résiduelle** à basse température. Exemples, Cuivre, Argent, Or, Aluminium ...



La résistivité d'un semiconducteur **augmente** lorsque la température diminue. Exemples: Silicium, Germanium



La résistivité d'un supraconducteur **diminue** linéairement avec la température puis **devient nulle** en-dessous d'une température critique T_c . Dans les bobines IRM, $T_c = 30$ K = -240° C

Chap. 3-4 – La résistivité des matériaux

$$R = \rho \frac{d}{S}$$

ρ est une propriété intrinsèque du matériau, elle dépend aussi de la température

R dépend de la géométrie (longueur et section) du matériau

Pour information valeurs « typiques » de résistivités pour différents matériaux à température ambiante

Matériaux	Résistivité ρ ($\Omega \cdot m$)	
Argent	1.59×10^{-8}	} métaux
Cuivre	1.68×10^{-8}	
Nichrome (alliage Ni Fe Cr)	100×10^{-8}	
Silicium	0.1 – 60 (dépend des impuretés)	} semiconducteurs
Verre	$10^9 - 10^{12}$	
		} isolant

Il n'est pas demandé d'apprendre les valeurs des résistivités,
l'objectif est de vous montrer les différences très importantes de valeurs pour différents matériaux

Plan du chapitre 3

1. Le courant électrique
2. La densité de courant électrique
3. La vitesse moyenne des porteurs de charges
4. Loi d'Ohm locale et loi d'Ohm
5. La puissance dissipée par effet Joule

Chap. 3-5 – La puissance dissipée par effet Joule

Un matériau parcouru par un courant électrique **s'échauffe** :
une puissance moyenne est cédée à ce matériau.

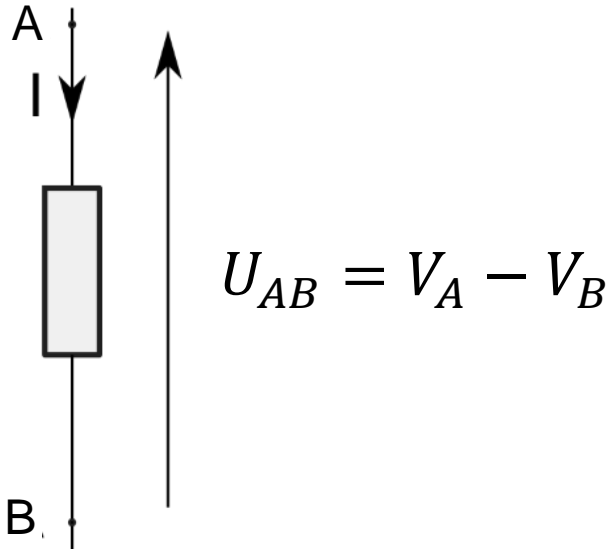
La puissance cédée au matériau est due aux forces de frottements qui limitent la vitesse, cela s'appelle **l'effet Joule**.

- C'est la manière la plus simple de générer de la chaleur à l'aide d'un courant électrique
- L'effet Joule est utilisé dans les chauffages électriques, fours, grille-pains, bouilloires, dégivreurs de vitres, etc ...

La puissance dissipée par effet Joule s'exprime par :

$$P = U \times I$$

Chap. 3-5 – Expressions de la puissance dissipée par effet Joule



$$P = U \times I \quad \text{Unité : Watt (W)}$$

combinée avec la loi d'Ohm, on trouve donc :

$$P = RI^2 \quad \text{ou} \quad P = \frac{U^2}{R}$$

Pour une résistance
en convention récepteur :

$$U_{AB} = RI$$

Chap. 3-5 – Calculs de puissance dissipée par effet Joule

$$P = U \times I \quad \text{ou} \quad P = RI^2 \quad \text{ou} \quad P = \frac{U^2}{R}$$

EXEMPLE : un sèche-cheveux est alimenté en 200V, il a une résistance interne de 50 Ohms.
Quelle est la puissance dissipée ? Que devient cette puissance si la résistance est divisée par 2 ?

1. quelle est la puissance dissipée ?

On ne connaît pas l'intensité, il faut donc la calculer : $I = U / R = 4 \text{ A}$

$$P = U \times I = R I^2 = 800 \text{ W}$$

2. si la résistance est divisée par 2 : $R'=25 \text{ Ohms} \Rightarrow$ ATTENTION l'intensité du courant change !!!

La nouvelle valeur du courant est $I' = U / R' = 200/25 = 8 \text{ A}$

$$P' = U \times I' = R' I'^2 = 1600 \text{ W}$$

\Rightarrow la puissance a été multipliée par 2 alors que la résistance a été divisée par 2

On peut retrouver ce résultat en utilisant l'expression $P=U^2/R$, pratique ici car U est constant :
si $R=50 \text{ Ohms}$, $P=200^2/50=800 \text{ W}$; et si R est divisée par 2, $R'=25 \text{ Ohms}$, donc $P'=200^2/25=1600\text{W}$

Messages essentiels du chapitre 3

- Le courant électrique et la densité de courant électrique rendent compte du déplacement des charges électriques dans la matière
- La vitesse moyenne des porteurs de charges est faible (de l'ordre de $\sim 0,1$ mm/s)
- La loi d'Ohm ($U = R \cdot I$) et la loi d'Ohm locale ($j = \sigma \cdot E$)
- La puissance dissipée par effet Joule : $P = U \times I$



Mentions légales

L'ensemble de ce document relève des législations française et internationale sur le droit d'auteur et la propriété intellectuelle. Tous les droits de reproduction de tout ou partie sont réservés pour les textes ainsi que pour l'ensemble des documents iconographiques, photographiques, vidéos et sonores.

Ce document est interdit à la vente ou à la location. Sa diffusion, duplication, mise à disposition du public (sous quelque forme ou support que ce soit), mise en réseau, partielles ou totales, sont strictement réservées à l'Université Grenoble Alpes (UGA).

L'utilisation de ce document est strictement réservée à l'usage privé des étudiants inscrits à l'Université Grenoble Alpes (UGA), et non destinée à une utilisation collective, gratuite ou payante.