

Chapitre 7

Distribution d'une variable aléatoire

José LABARERE, PU-PH

Arnaud Seigneurin, MCU-PH, Bastien Boussat, MCU-PH, Alexandre Bellier, AHU, Patrice François, PU-PH

- Objectifs
- Introduction
- Variable aléatoire discrète
- Variable aléatoire continue

Objectifs

- Connaitre la définition d'une variable aléatoire (discrète / continue)
- Expliquer la notion de loi de probabilité d'une variable aléatoire discrète
- Expliquer la notion de densité de probabilité d'une variable aléatoire continue
- Expliquer la notion de fonction de répartition d'une variable aléatoire continue

- Objectifs
- **Introduction**
- Variable aléatoire discrète
- Variable aléatoire continue

Variable aléatoire

$$S \xrightarrow{X} R$$

$$s \rightarrow X(s)$$

$$X^{-1}([a, b]) = \{s \in S, X(s) \in [a, b]\}$$

S : ensemble fondamental des résultats d'une expérience aléatoire

X : variable aléatoire

R : ensemble des nombres réels

Variable aléatoire

- Exemples
 - la somme des points obtenus lors du jet de 2 dés
 - la durée d'allaitement maternel
 - le décès à J30 d'une infection par le SARS-CoV-2
- Variable statistique (observée) \neq variable aléatoire (théorique)
- Variable aléatoire discrète : nombre fini de valeurs
- Variable aléatoire continue : nombre infini de valeurs

- Objectifs
- Introduction
- **Variable aléatoire discrète**
- Variable aléatoire continue

Loi de probabilité d'une variable aléatoire discrète

$$\forall x_i, f(x_i) = P(X = x_i)$$

$\{x_i\}$, $i = 1$ à n : ensemble des valeurs possibles de la variable X

$P(X = x_i)$: probabilité d'occurrence de la valeur x_i

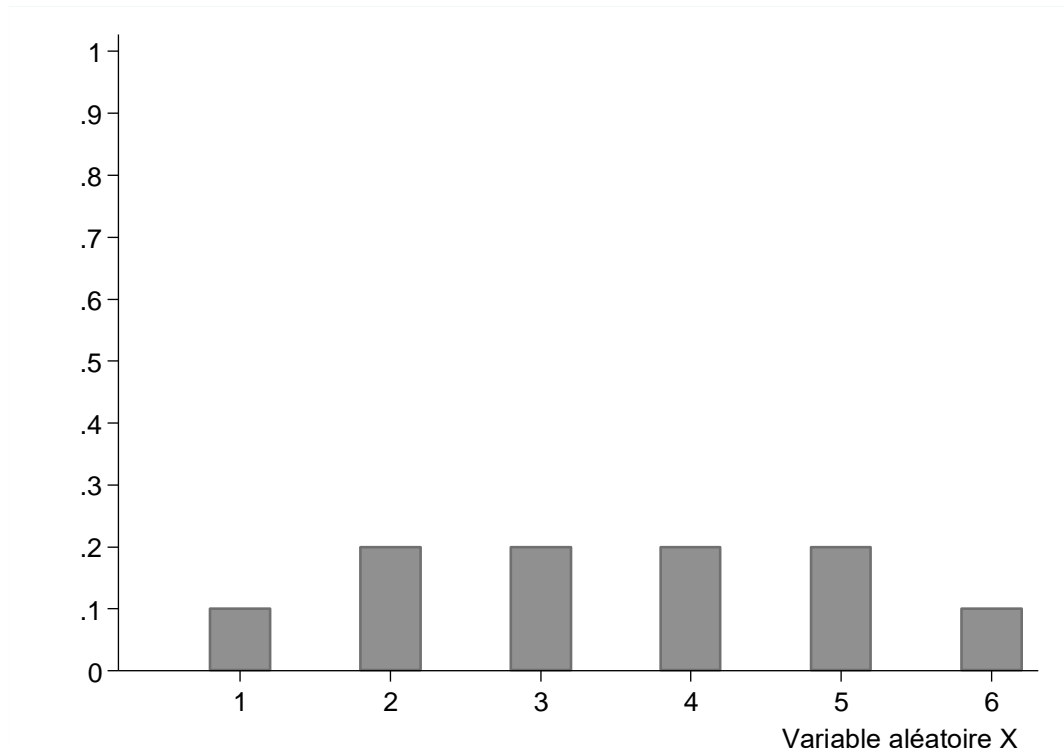
NB :

- $\forall x_i, f(x_i) = P(X = x_i) \geq 0$
- $\sum_1^n f(x_i) = \sum_1^n P(X = x_i) = 1$

$$P(a \leq X \leq b) = \sum_{x \in [a, b]} f(x_i)$$

Loi de probabilité d'une variable aléatoire discrète

x_i	$f(x_i)$
1	1/10
2	2/10
3	2/10
4	2/10
5	2/10
6	1/10



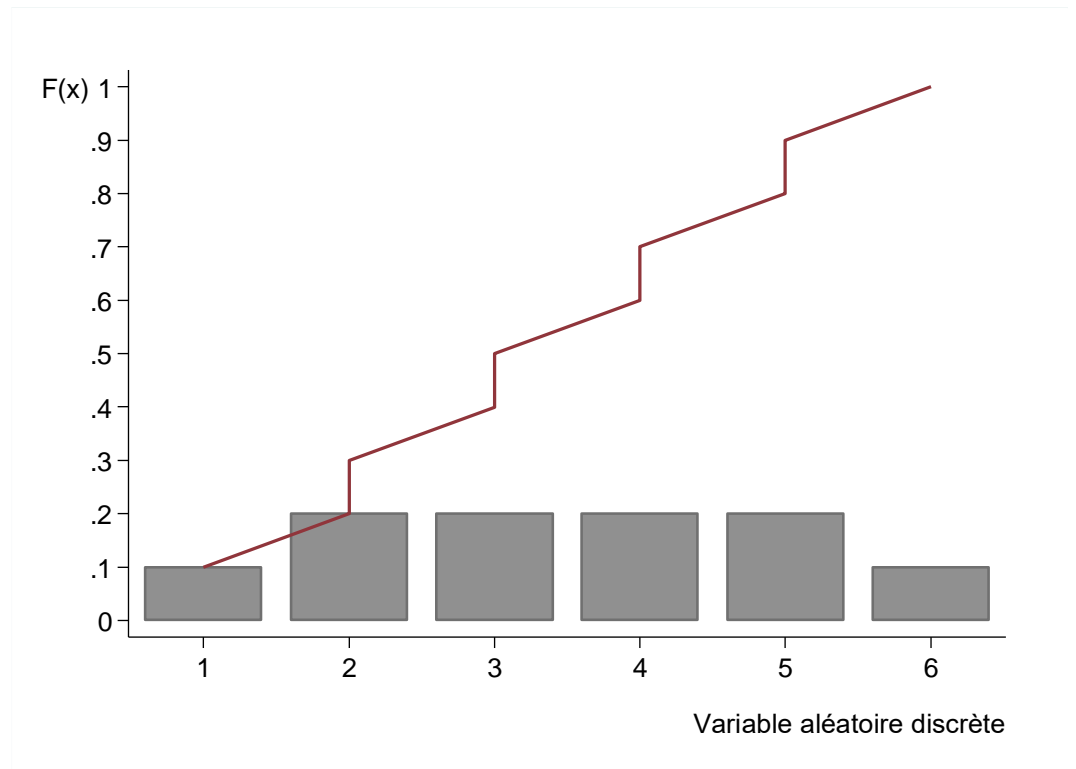
$$f(2) = P(X = 2) = 2/10$$

$$P(2 \leq X \leq 4) = f(2) + f(3) + f(4) = 2/10 + 2/10 + 2/10$$

Fonction de répartition d'une variable aléatoire discrète

$$\forall x_i, F(x_i) = \sum_{x \leq x_i} f(x)$$

x_i	$f(x_i)$	$F(x_i)$
1	1/10	1/10
2	2/10	3/10
3	2/10	5/10
4	2/10	7/10
5	2/10	9/10
6	1/10	10/10



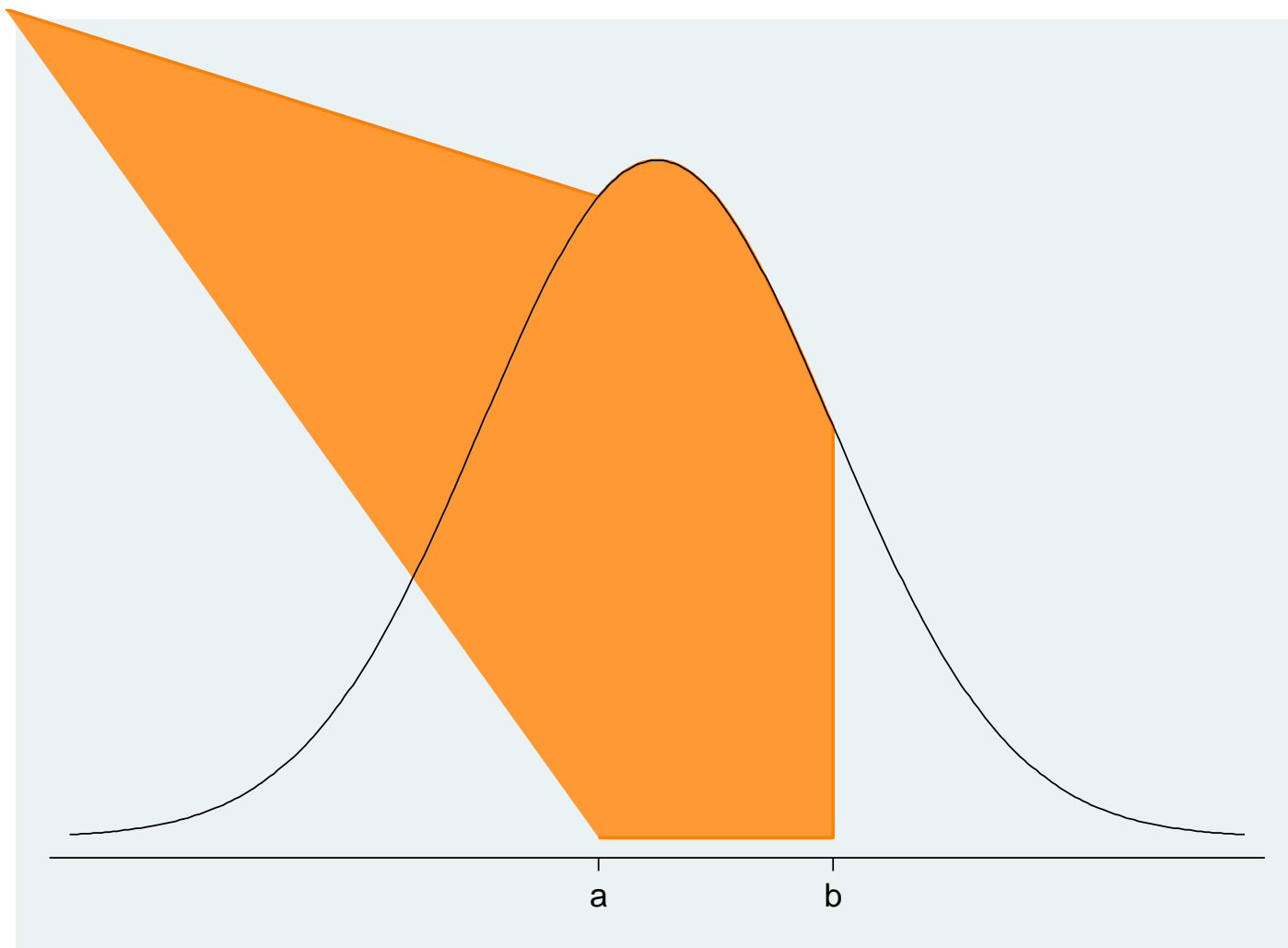
- Objectifs
- Introduction
- Variable aléatoire discrète
- Variable aléatoire continue

Densité de probabilité d'une variable aléatoire continue

$$f(x) \geq 0$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$$

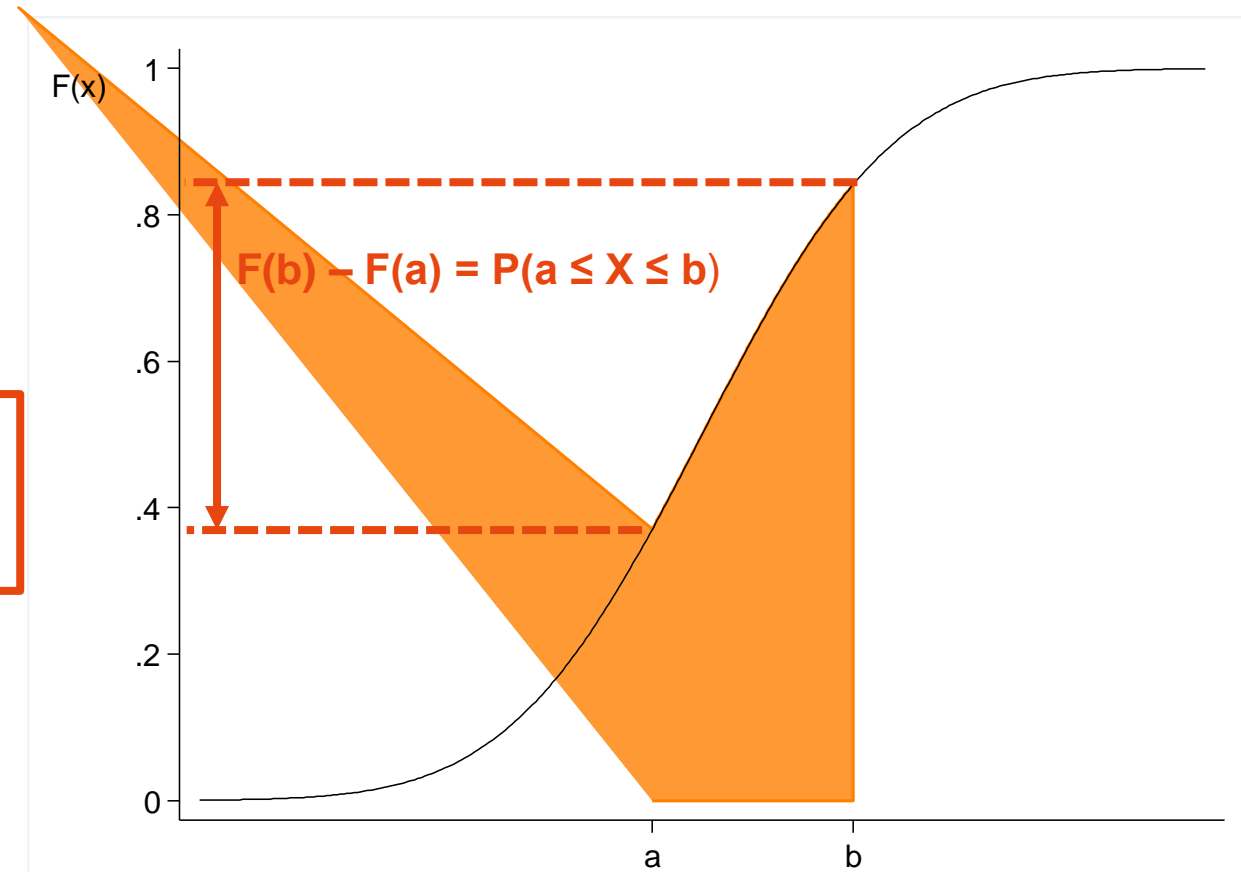
$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x) dx$$



Fonction de répartition d'une variable aléatoire continue

$$F(x_i) = \int_{-\infty}^{x_i} f(x)dx = P(X \leq x_i)$$

$$F(b) - F(a) = \int_a^b f(x)dx = P(a \leq X \leq b)$$



Messages clés

Variable aléatoire

Discrète

Loi de probabilité : $f(x_i) = P(X=x_i)$

Fonction de répartition : $F(x_i) = \sum f(x_i)$

Continue

Densité de probabilité

Fonction de répartition

$$F(b) - F(a) = \int_a^b f(x)dx = P(a \leq X \leq b)$$

Mentions légales

L'ensemble de ce document relève des législations française et internationale sur le droit d'auteur et la propriété intellectuelle. Tous les droits de reproduction de tout ou partie sont réservés pour les textes ainsi que pour l'ensemble des documents iconographiques, photographiques, vidéos et sonores.

Ce document est interdit à la vente ou à la location. Sa diffusion, duplication, mise à disposition du public (sous quelque forme ou support que ce soit), mise en réseau, partielles ou totales, sont strictement réservées à l'Université Grenoble Alpes (UGA).

L'utilisation de ce document est strictement réservée à l'usage privé des étudiants inscrits à l'Université Grenoble Alpes (UGA), et non destinée à une utilisation collective, gratuite ou payante.