

*Biostatistiques – BST1*

---

# Chapitre 8

# Loi normale (Laplace-Gauss)

José LABARERE, PU-PH

Arnaud Seigneurin, MCU-PH, Bastien Boussat, MCU-PH, Alexandre Bellier, AHU, Patrice François, PU-PH

- Objectifs
- Introduction
- Loi normale
- Loi normale centrée réduite
- Table de l'écart réduit

# Objectifs

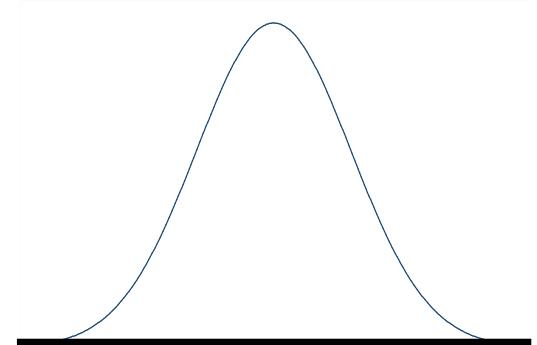
- Connaitre les propriétés de la loi normale
- Connaitre les propriétés de la loi normale centrée réduite
- Utiliser la table de l'écart réduit

# Plan

- Objectifs
- Introduction
- Loi normale
- Loi normale centrée réduite
- Table de l'écart réduit

# Introduction

- Variable aléatoire continue en santé et en biologie
  - Distribution normale (sans transformation)
  - Distribution normale après transformation
  - Autre distribution
- Courbe de densité de probabilité en cloche, symétrique par rapport à l'axe passant par la moyenne



# Plan

- Objectifs
- Introduction
- Loi normale
- Loi normale centrée réduite
- Table de l'écart réduit

# Loi normale

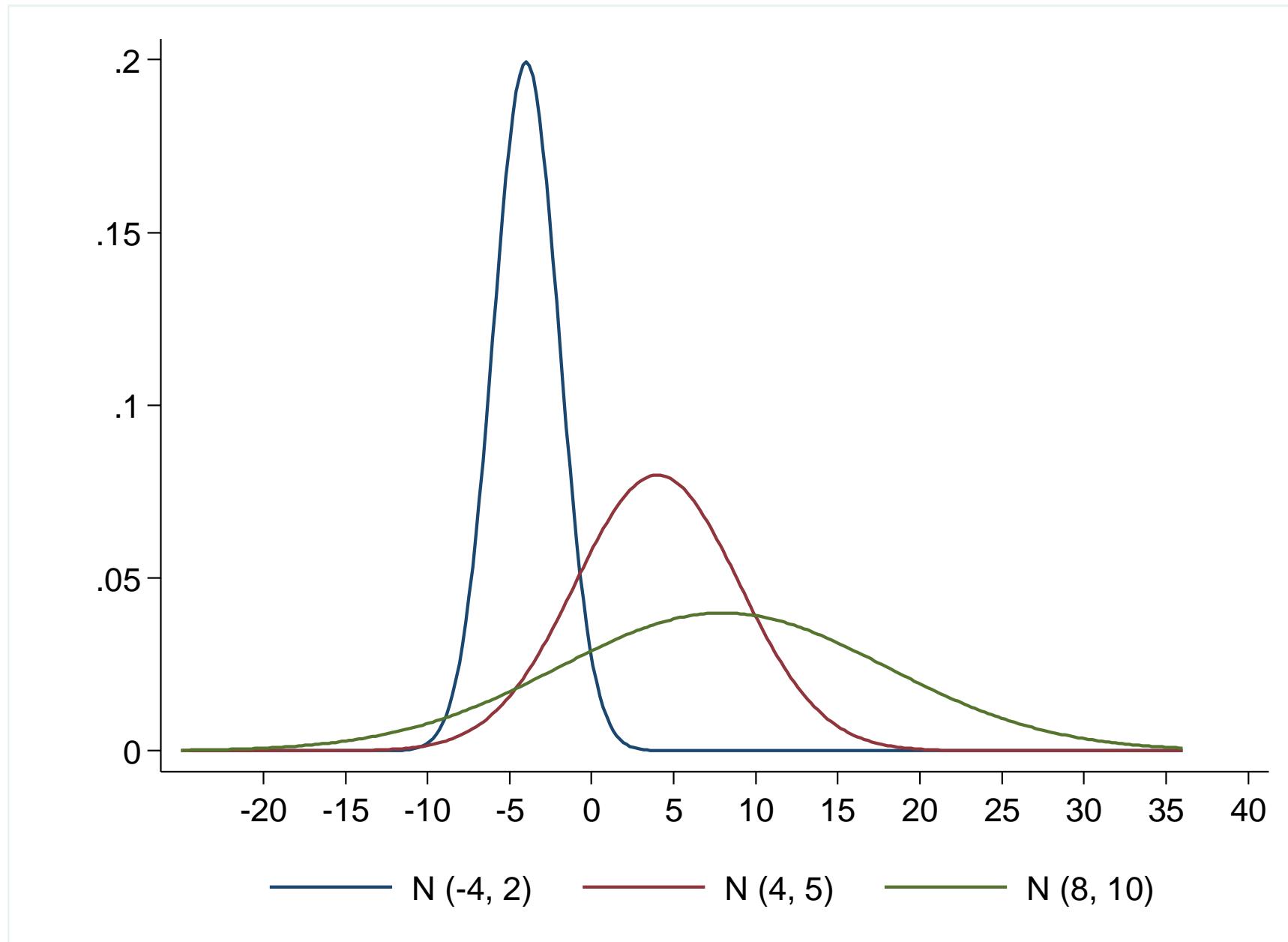
$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$\mu$  : moyenne de la variable aléatoire X

$\sigma$  : écart-type de la variable aléatoire X

$$X \rightarrow N(\mu, \sigma)$$

# Loi normale



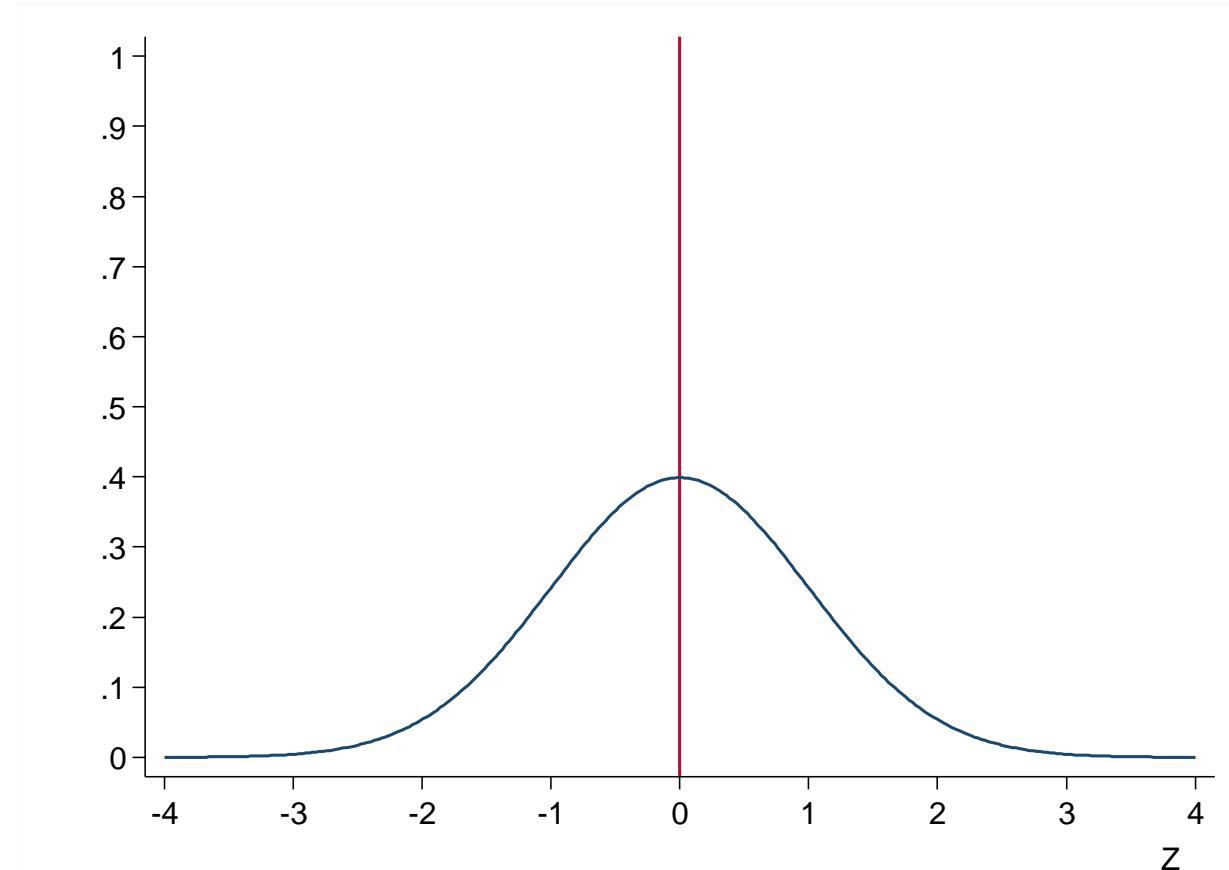
- Objectifs
- Introduction
- Loi normale
- Loi normale centrée réduite
- Table de l'écart réduit

# Loi normale centrée réduite

$$Z \rightarrow N(0,1)$$

$$X \rightarrow N(\mu, \sigma)$$

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$



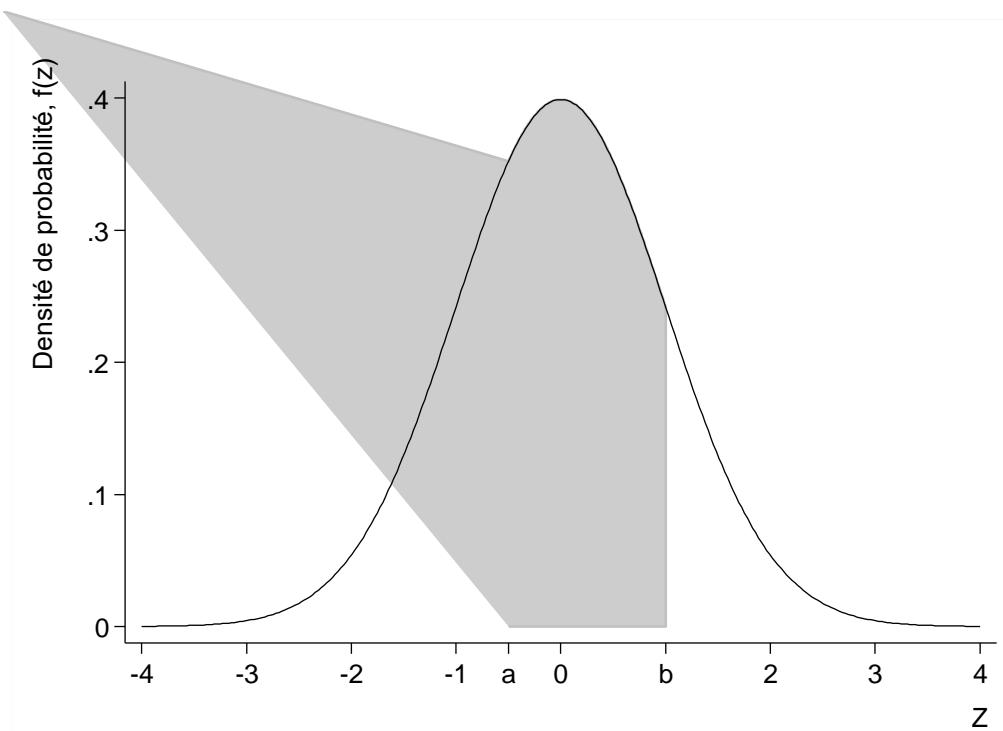
# Loi normale centrée réduite

$$Z \sim N(0,1)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(z)dz = 1$$

$$P(a \leq Z \leq b) = \int_a^b f(z)dz = F(b) - F(a)$$

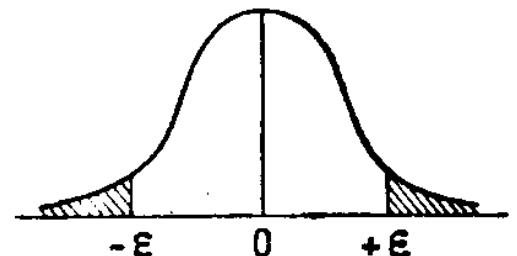
$$F(z) = \int_{-\infty}^z f(x)dx$$



- Objectifs
- Introduction
- Loi normale
- Loi normale centrée réduite
- Table de l'écart réduit

## Table de l'écart réduit

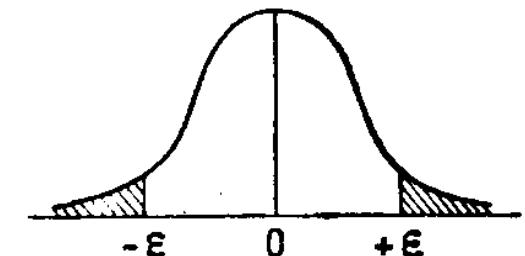
La table donne la probabilité  $\alpha$  pour que l'écart-réduit dépasse en valeur absolue une valeur donnée  $\varepsilon$ , c'est-à-dire la probabilité extérieure à l'intervalle  $[-\varepsilon, \varepsilon]$ . La probabilité  $\alpha$  s'obtient par addition des nombres inscrits en marge



$\alpha$	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
<b>0,0</b>	$\infty$	2,576	2,326	2,170	2,054	1,960	1,881	1,812	1,751	1,695
<b>0,1</b>	1,645	1,598	1,555	1,514	1,476	1,440	1,405	1,372	1,341	1,311
<b>0,2</b>	1,282	1,254	1,227	1,200	1,175	1,150	1,126	1,103	1,080	1,058
<b>0,3</b>	1,036	1,015	0,994	0,974	0,954	0,935	0,915	0,896	0,878	0,860
<b>0,4</b>	0,842	0,824	0,806	0,789	0,772	0,755	0,739	0,722	0,706	0,690
<b>0,5</b>	0,674	0,659	0,643	0,628	0,613	0,598	0,583	0,568	0,553	0,539
<b>0,6</b>	0,524	0,510	0,496	0,482	0,468	0,454	0,440	0,426	0,412	0,399
<b>0,7</b>	0,385	0,372	0,358	0,345	0,332	0,319	0,305	0,292	0,279	0,266
<b>0,8</b>	0,253	0,240	0,228	0,215	0,202	0,189	0,176	0,164	0,151	0,138
<b>0,9</b>	0,126	0,113	0,100	0,088	0,075	0,063	0,050	0,038	0,025	0,013

## Table de l'écart réduit

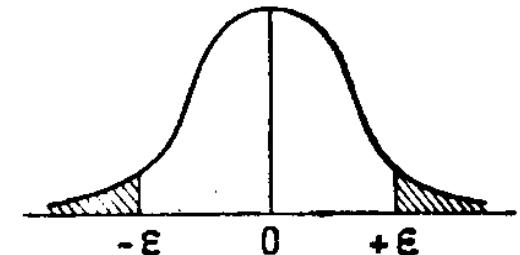
La table donne la probabilité  $\alpha$  pour que l'écart-réduit dépasse en valeur absolue une valeur donnée  $\varepsilon$ , c'est-à-dire la probabilité extérieure à l'intervalle  $[-\varepsilon, \varepsilon]$ . La probabilité  $\alpha$  s'obtient par addition des nombres inscrits en marge



$\alpha$	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
<b>0,0</b>	$\infty$	2,576	2,326	2,170	2,054	1,960	1,881	1,812	1,751	1,695
<b>0,1</b>	1,645	1,598	1,555	1,514	1,476	1,440	1,405	1,372	1,341	1,311
<b>0,2</b>	1,282	1,254	1,227	1,200	1,175	1,150	1,126	1,103	1,080	1,058
<b>0,3</b>	1,036	1,015	0,994	0,974	0,954	0,935	0,915	0,896	0,878	0,860
<b>0,4</b>	0,842	0,824	0,806	0,789	0,772	0,755	0,739	0,722	0,706	0,690
<b>0,5</b>	0,674	0,659	0,643	0,628	0,613	0,598	0,583	0,568	0,553	0,539
<b>0,6</b>	0,524	0,510	0,496	0,482	0,468	0,454	0,440	0,426	0,412	0,399
<b>0,7</b>	0,385	0,372	0,358	0,345	0,332	0,319	0,305	0,292	0,279	0,266
<b>0,8</b>	0,253	0,240	0,228	0,215	0,202	0,189	0,176	0,164	0,151	0,138
<b>0,9</b>	0,126	0,113	0,100	0,088	0,075	0,063	0,050	0,038	0,025	0,013

## Table de l'écart réduit

La table donne la probabilité  $\alpha$  pour que l'écart-réduit dépasse en valeur absolue une valeur donnée  $\varepsilon$ , c'est-à-dire la probabilité extérieure à l'intervalle  $[-\varepsilon, \varepsilon]$ . La probabilité  $\alpha$  s'obtient par addition des nombres inscrits en marge



$\alpha$	1,00E-03	1,00E-04	1,00E-05	1,00E-06	1,00E-07	1,00E-08	1,00E-09	1,00E-10	1,00E-11
$\varepsilon$	3,29	3,89	4,42	4,89	5,33	5,73	6,11	6,47	6,81

# Messages clés

## Loi normale

Quelconque

$$X \rightarrow N(\mu, \sigma)$$

Centrée réduite

$$Z \rightarrow N(0, 1)$$

Variables continues en santé

Aspect en cloche symétrique par rapport à

$\mu$ , et point d'inflexion en  $-\sigma/+\sigma$

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

Table de l'écart réduit

# Mentions légales

---

L'ensemble de ce document relève des législations française et internationale sur le droit d'auteur et la propriété intellectuelle. Tous les droits de reproduction de tout ou partie sont réservés pour les textes ainsi que pour l'ensemble des documents iconographiques, photographiques, vidéos et sonores.

Ce document est interdit à la vente ou à la location. Sa diffusion, duplication, mise à disposition du public (sous quelque forme ou support que ce soit), mise en réseau, partielles ou totales, sont strictement réservées à l'Université Grenoble Alpes (UGA).

L'utilisation de ce document est strictement réservée à l'usage privé des étudiants inscrits à l'Université Grenoble Alpes (UGA), et non destinée à une utilisation collective, gratuite ou payante.