Biostatistiques – BST1

Chapitre 24
Test de comparaison d’une distribution observée sur un échantillon à une distribution théorique de référence

José LABARERE, PU-PH

Arnaud Seigneurin, MCU-PH, Bastien Boussat, MCU-PH, Alexandre Bellier, AHU, Patrice François, PU-PH

Plan

- Objectifs
- Introduction
- Cas d’un pourcentage de référence
- Généralisation à une distribution de référence

Objectifs

Comparaison d'une distribution observée sur un échantillon à une distribution théorique de référence :

- Identifier une situation requérant un test du chi²
- Formuler les hypothèses
- Connaitre et vérifier les conditions d'application de ce test
- Interpréter le résultat du test

Plan

- Objectifs
- Introduction
- Cas d’un pourcentage de référence
- Généralisation à une distribution de référence

Comparaison d'un pourcentage estimé à une valeur théorique de référence

Comparer un pourcentage estimé (p) à partir d'un échantillon issu d'une population de pourcentage inconnu (Π) à un pourcentage théorique connu (Π_{H0}) d'une population de référence

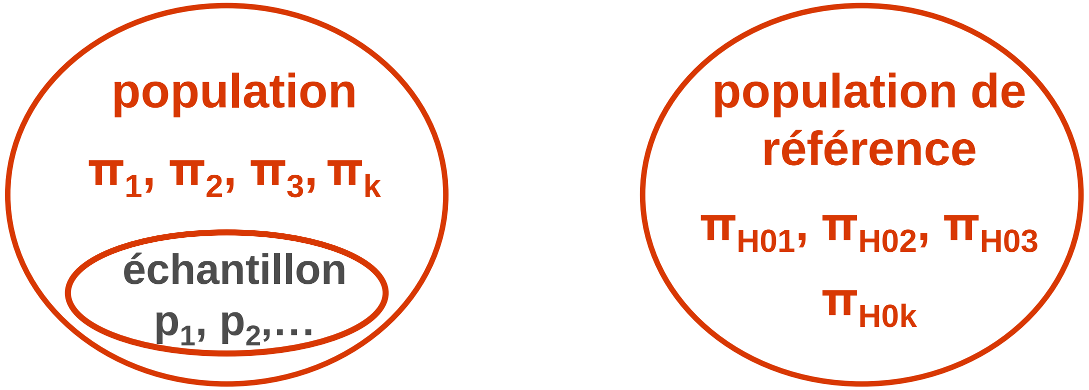
1. Formulation des hypothèses

$H0 : \Pi = \Pi_{H0}$

$H1 : \Pi \neq \Pi_{H0}$

Comparaison d’une distribution observée à une distribution théorique de référence

Comparer la distribution des modalités d’une variables observée sur un échantillon issu d’une population distribution inconnue à une distribution théorique connue d’une population de référence



1. Formulation des hypothèses

H0 : $\pi_1 = \pi_{H01}, \pi_2 = \pi_{H02}, \pi_3 = \pi_{H03}, \ldots, \pi_k = \pi_{H0k}$

H1 : $\pi_1 \neq \pi_{H01}$ ou $\pi_2 \neq \pi_{H02}$ ou $\pi_3 \neq \pi_{H03}, \ldots$ ou $\pi_k \neq \pi_{H0k}$

Plan

- Objectifs
- Introduction
- Cas d’un pourcentage de référence
- Généralisation à une distribution de référence

Comparaison d'un pourcentage estimé à une valeur théorique de référence

1. Formulation des hypothèses

$H0 : Π = Π_{H0}$

$H1 : Π \neq Π_{H0}$

2. Risque α = 0.05 (5%) – a priori

3. Choix du test

Test du Chi² à 1 degré de liberté

Comparaison d'un pourcentage estimé à une valeur théorique de référence

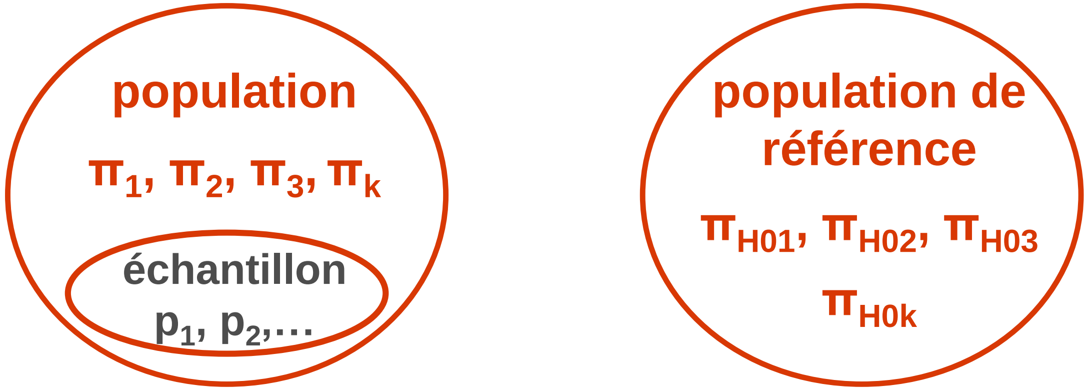
	Variable à 2 modalités		
	Oui	Non	
Effectifs observés	$O_1 = n\ p$	$O_2 = n\ (1\text{-}p)$	n
Effectifs théoriques	$T_1 = n\ \pi_{H0}$	$T_2 = n\ (1\text{-}\pi_{H0})$	n

$$\frac{(O_1 - T_1)^2}{T_1} + \frac{(O_2 - T_2)^2}{T_2} \rightarrow \chi^2_{1ddl}$$

Plan

- Objectifs
- Introduction
- Cas d’un pourcentage de référence
- Généralisation à une distribution de référence

Comparaison d'une distribution observée à une distribution théorique de référence



1. Formulation des hypothèses

H0 : $\pi_1 = \pi_{H01}, \pi_2 = \pi_{H02}, \pi_3 = \pi_{H03}, \ldots, \pi_k = \pi_{H0k}$

H1 : $\pi_1 \neq \pi_{H01}$ ou $\pi_2 \neq \pi_{H02}$ ou $\pi_3 \neq \pi_{H03}, \ldots$ ou $\pi_k \neq \pi_{H0k}$

2. Risque $\alpha = 0.05$ (5%) – a priori

3. Choix du test

Test du Chi² à (k -1) degrés de liberté

Comparaison d'une distribution observée à une distribution théorique de référence

	Variable à k modalités			
	1	…	k	
Effectifs observés	$O_1 = n\ p_1$	…	$O_k = n\ p_k$	n
Effectifs théoriques	$T_1 = n\ \pi_{H01}$	…	$T_k = n\ \pi_{H0k}$	n

$$\sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - T_i)^2}{T_i} \rightarrow \chi^2_{(k-1)ddl}$$

Messages clés

p	Π	Test	Conditions d'application
estimée	théorique	Chi²	Indépendance des observations
		(k-1) ddl	Effectifs théoriques attendus sous H0 ≥5

* Pour une variable qualitative à k modalités

Mentions légales