

Chapitre 24

Test de comparaison d'une distribution observée sur un échantillon à une distribution théorique de référence

José LABARERE, PU-PH

Arnaud Seigneurin, MCU-PH, Bastien Boussat, MCU-PH, Alexandre Bellier, AHU, Patrice François, PU-PH

- Objectifs
- Introduction
- Cas d'un pourcentage de référence
- Généralisation à une distribution de référence

Objectifs

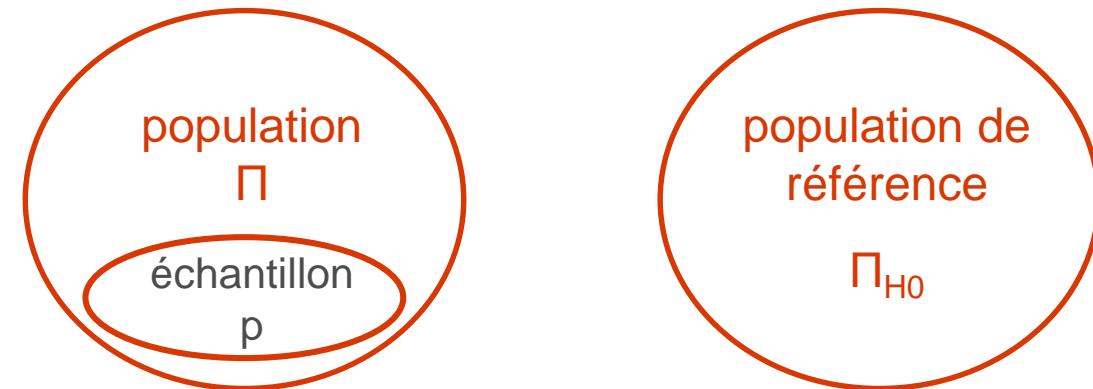
Comparaison d'une distribution observée sur un échantillon à une distribution théorique de référence :

- Identifier une situation requérant un test du χ^2
- Formuler les hypothèses
- Connaitre et vérifier les conditions d'application de ce test
- Interpréter le résultat du test

- Objectifs
- Introduction
- Cas d'un pourcentage de référence
- Généralisation à une distribution de référence

Comparaison d'un pourcentage estimé à une valeur théorique de référence

Comparer un pourcentage estimé (p) à partir d'un échantillon issu d'une population de pourcentage inconnu (Π) à un pourcentage théorique connu (Π_{H_0}) d'une population de référence



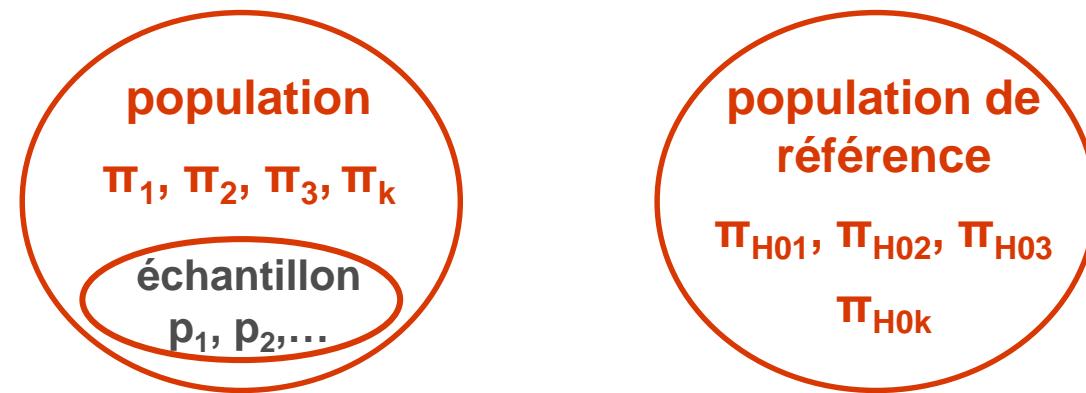
1. Formulation des hypothèses

$$H_0 : \Pi = \Pi_{H_0}$$

$$H_1 : \Pi \neq \Pi_{H_0}$$

Comparaison d'une distribution observée à une distribution théorique de référence

Comparer la distribution des modalités d'une variable observée sur un échantillon issu d'une population distribution inconnue à une distribution théorique connue d'une population de référence



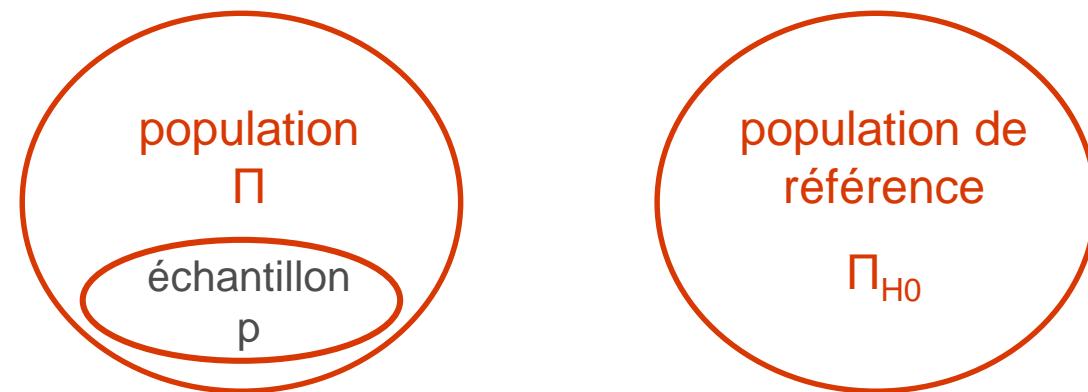
1. Formulation des hypothèses

$$H_0 : \pi_1 = \pi_{H01}, \pi_2 = \pi_{H02}, \pi_3 = \pi_{H03}, \dots, \pi_k = \pi_{H0k}$$

$$H_1 : \pi_1 \neq \pi_{H01} \text{ OU } \pi_2 \neq \pi_{H02} \text{ OU } \pi_3 \neq \pi_{H03}, \dots \text{ OU } \pi_k \neq \pi_{H0k}$$

- Objectifs
- Introduction
- Cas d'un pourcentage de référence
- Généralisation à une distribution de référence

Comparaison d'un pourcentage estimé à une valeur théorique de référence



1. Formulation des hypothèses

$$H_0 : \Pi = \Pi_{H_0}$$

$$H_1 : \Pi \neq \Pi_{H_0}$$

2. Risque $\alpha = 0.05$ (5%) – a priori

3. Choix du test

Test du Chi² à 1 degré de liberté

Comparaison d'un pourcentage estimé à une valeur théorique de référence

		Variable à 2 modalités		
		Oui	Non	
Effectifs observés	$O_1 = n p$	$O_2 = n (1-p)$	n	
	$T_1 = n \pi_{H0}$	$T_2 = n (1-\pi_{H0})$	n	

$$\frac{(O_1 - T_1)^2}{T_1} + \frac{(O_2 - T_2)^2}{T_2} \rightarrow \chi^2_{1\text{ddl}}$$

- Objectifs
- Introduction
- Cas d'un pourcentage de référence
- Généralisation à une distribution de référence

Comparaison d'une distribution observée à une distribution théorique de référence



1. Formulation des hypothèses

$$H0 : \pi_1 = \pi_{H01}, \pi_2 = \pi_{H02}, \pi_3 = \pi_{H03}, \dots, \pi_k = \pi_{H0k}$$

$$H1 : \pi_1 \neq \pi_{H01} \text{ OU } \pi_2 \neq \pi_{H02} \text{ OU } \pi_3 \neq \pi_{H03}, \dots \text{ OU } \pi_k \neq \pi_{H0k}$$

2. Risque $\alpha = 0.05$ (5%) – a priori

3. Choix du test

Test du Chi² à $(k - 1)$ degrés de liberté

Comparaison d'une distribution observée à une distribution théorique de référence

Variable à k modalités				
	1	...	k	
Effectifs observés	$O_1 = n p_1$...	$O_k = n p_k$	n
Effectifs théoriques	$T_1 = n \pi_{H01}$...	$T_k = n \pi_{H0k}$	n

$$\sum_{i=1}^k \frac{(O_i - T_i)^2}{T_i} \rightarrow \chi^2_{(k-1) \text{ ddl}}$$

Messages clés

p	Π	Test	Conditions d'application
estimée	théorique	Chi^2 $(k-1) \text{ ddl}$	Indépendance des observations
			Effectifs théoriques attendus sous $H_0 \geq 5$

* Pour une variable qualitative à k modalités

Mentions légales

L'ensemble de ce document relève des législations française et internationale sur le droit d'auteur et la propriété intellectuelle. Tous les droits de reproduction de tout ou partie sont réservés pour les textes ainsi que pour l'ensemble des documents iconographiques, photographiques, vidéos et sonores.

Ce document est interdit à la vente ou à la location. Sa diffusion, duplication, mise à disposition du public (sous quelque forme ou support que ce soit), mise en réseau, partielles ou totales, sont strictement réservées à l'Université Grenoble Alpes (UGA).

L'utilisation de ce document est strictement réservée à l'usage privé des étudiants inscrits à l'Université Grenoble Alpes (UGA), et non destinée à une utilisation collective, gratuite ou payante.